

1919.

No. 21.

ANNALEN DER PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. U. E. WIEDEMANN, P. DRUDE.

VIERTE FOLGE.

Band 60. Heft 5.

DER GANZEN REIHE 365. BANDES 5. HEFT.

KURATORIUM:

M. PLANCK, G. QUINCKE
W. C. RÖNTGEN, W. VOIGT, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEGEBEN VON

W. WIEN UND M. PLANCK.



LEIPZIG.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH.
DÖRRIENSTRASSE 16.

Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen, von den Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den in 24 Heften (= 3 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 66 M.

Ausgegeben am 20. November 1919.

Inhalt.

	Seite
1. F. Paschen. Das Spektrum des Neon	405
2. W. Hahnemann und H. Hecht. Der mechanisch-akustische Aufbau eines Telephons	454
3. H. Weyl. Ausbreitung elektromagnetischer Wellen über einem ebenen Leiter	481

Die Redaktion der Annalen wird von den umseitig genannten Herren besorgt. Den geschäftlichen Teil hat Herr **Geh. Hofrat Prof. W. Wien** übernommen, an den auch Manuskripte zu senden sind. Seine Adresse ist: **Würzburg, Pleicherring 8.**

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 **Sonderabdrücke** jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger **Abdruck** der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

Die **Zeichnungen** sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortgeschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen.

N
si
D
dr
fe
G
fe
ge
au
gl
pr
B
W
tr

K
ge
U
ist
di
ei
sc
au

sin
H

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 60.

1. *Das Spektrum des Neon;* *von F. Paschen.*

Die stärkeren Spektrallinien der Kapillaren einer mit Neon von einigen Millimetern Druck gefüllten Geißleröhre sind durch die Arbeiten von Baly¹⁾ und Watson²⁾ bekannt. Die Kenntnis der Gesetze dieses Spektrums wurde eingeleitet durch Watsons Entdeckung³⁾ konstanter Schwingungsdifferenzen und durch Rossis Fund von 2 mal 2 Serien gleicher Grenze.⁴⁾ Neuerdings hat K. W. Meissner genaue interferometrische Bestimmungen der stärksten roten Linien ausgeführt⁵⁾ und gezeigt⁶⁾, daß Watsons Schwingungsdifferenzen auch bei dieser größeren Genauigkeit konstant bleiben: Eine glänzende Bestätigung der genauen Gültigkeit des Kombinationsprinzips von W. Ritz. Meissner hat später⁷⁾ weitere Linien im Beginne des Ultrarot gemessen und das soweit durch seine und Watsons Messungen und Rossis Entdeckung bekannte Spektrum in eine Reihe von Neben- und einige Hauptserien aufgelöst.

In einem Briefe vom 13. Dezember 1917 hatte mir Herr Knud Aage Nißen in Kopenhagen den Aufbau der Spektralgesetze des Neonspektrums von Watson in ungefähr demselben Umfange mitgeteilt, wie er nun von Meissner veröffentlicht ist (mit Ausnahme der Hauptserien). Ich entschloß mich, dieses Spektrum näher zu untersuchen, da ich bald sah, daß einige der Gesetze neue serientheoretisch interessante Eigenschaften hatten. Ich maß das Neonspektrum gegen Eisen auf langfristigen, mit dem großen Konkavgitter gewonnenen

1) E. C. C. Baly, Phil. Trans. A. 202. S. 183. 1903.

2) H. E. Watson, Proc. Roy. Soc. A. 81. S. 181. 1908.

3) H. E. Watson, Astrophys. Journ. 83. S. 399. 1911.

4) R. Rossi, Phil. Mag. 9. Ser. 26. S. 981. 1913. Diese Serien sind: $2p_3 - m d_4$, $2p_0 - m d_4'$, $2p_3 - m d_1''$, $2p_0 - m d_1'$. Rossis Hauptserie erscheint als ein Irrtum.

5) K. W. Meissner, Ann. d. Phys. 51. S. 115. 1916.

6) K. W. Meissner, Phys. Zeitschr. 17. S. 549. 1916.

7) K. W. Meissner, Ann. d. Phys. 58. S. 333. 1919.

Aufnahmen, löste dabei viele von Watson einfach gemessene Linien in mehrfache auf und fand weitere Glieder der von Nissen und Meissner nur mit den Anfangsgliedern gegebenen Serien. Im Ultraviolett wurde ein größerer Quarzspektrograph herangezogen, der weitere Glieder der Hauptserien enthüllte, und der feststellen ließ, daß mit Quarzplatten verschlossene Neonröhren in diesem Gebiete nur das Auslaufen dieser Serien zeigen, daß aber weitere Linien jenseits 2550 Å.-E. nicht auftreten.

Es gelang die Einordnung aller stärkeren Linien des Spektrums. Dieses Serienspektrum ist damit in einer Vollständigkeit herausgestellt, wie es bisher nur in wenigen anderen Fällen möglich war.

Wenn schon hierdurch nach Meissners Arbeit eine weitere Veröffentlichung über denselben Gegenstand angezeigt erscheint, so kommt hinzu, daß serientheoretisch neue Dinge auftreten, die von Meissner nicht erkannt wurden. Schließlich ermöglichen die konstanten Schwingungsdifferenzen, Mittelwerte der Wellenlängen fast aller stärkeren Linien anzugeben, die genauer sind, als das Resultat von Einzelmessungen. Diese über das ganze Spektrum verteilten Linien werden dadurch auf Meissners interferometrische Messungen zurückgeführt. Die vorletzte Vertikalreihe des Wellenlängenverzeichnisses enthält unter „ λ_{Luft} ber.“ diese Werte.

Die Wellenlängentabelle enthält die von Meissner (M.) oder mir (P.) beobachteten Wellenlängen, meine bezogen auf Fabry-Buissons Eisennormalen oder auf Meissners Normalen, ferner unter „ ν “ die Wellenzahlen¹⁾ und die Art der Serienzugehörigkeit unter „Kombination“.

Dann folgen in ebenso vielen Tabellen, wie Terme in Serien auftreten, die Beweise für die Serien bzw. die Kombinationen. Gefunden wurden die meisten dieser Serien schon von Nissen und Meissner auf Grund derselben, immer wiederkehrenden Schwingungsdifferenzen.

Bei jedem Gliede m der Nebenserien $2p_i - m d_n$ oder $2p_i - m s_n$ treten die Schwingungsdifferenzen $2p_i - 2p_{i-r}$ ($i = 2, 3, \dots 10$; $r = 1, 2, \dots 9$) auf. Bei jedem Gliede m

1) Die Reduktion der Wellenlängen von trockener Luft von 15° C. und 760 mm aufs Vakuum geschah nach Kayser-Runges Dispersion der (feuchten) Luft und einer Korrektion wegen der Trocknung.

der Hauptserien $1,5 s_n - m p_i$ treten die Schwingungsdifferenzen $1,5 s_n - 1,5 s_{n-1}$ auf. Diese Schwingungsdifferenzen sind also solche der Seriengrenzterme. Die Schwingungsdifferenzen zum Beweise der Kombinationen anzugeben, ist unnötig, wenn man die Terme selber gewonnen hat. Die Konstanz des Termwertes bei wechselndem n in den Haupt- und bei wechselndem i in den Nebenserien bedeutet auch die Konstanz der obigen Schwingungsdifferenzen.

Zur Kenntnis des Wertes der Terme ist in einem derartigen Kombinationsspektrum nur die Kenntnis der Grenze einer einzigen sicheren Serie erforderlich. Rossis Serien würden genügt haben, wenn man ihrer hätte sicher sein können. Alle Terme ergeben sich sodann nach dem Kombinationsprinzip, wie früher von mir¹⁾ erörtert ist. Es ist sehr wichtig, daß im Neonspektrum auch Serien auftreten, welche die bisher bekannten Serieninterpolationsformeln, wie z. B. die Formel von Ritz, mit einer Genauigkeit befolgen, welche bei Serien sonst kaum bekannt ist. Die Genauigkeit ist im Falle dieser Neonserien besonders dann eine auffallende, wenn man der Rydbergkonstanten N der Formel den Wert

$$N_{\text{Neon}} = 109694,8$$

gibt.

Solche Neonserien vom genauen Ritztypus bilden die Terme $(m d_4)$, $(m s_5)$, leidlich auch $(m s_4)$, $(m p_0)$, $(m p_3)$. Aus einigen der zugehörigen Serien wurden die Grenzen genau berechnet: z. B. aus den Serien $2 p_3 - m d_4$, $2 p_0 - m s_5$, $2 p_3 - m s_5$ usw. So erhielt man Werte von $2 p_3$, $2 p_0$ usw., deren Differenzen innerhalb der Fehler der Berechnung und Beobachtung mit den Mittelwerten der betreffenden direkt an den Linien beobachteten konstanten Differenzen übereinstimmten. Man berechnete aus ihnen auf Grund der Mittelwerte der direkt gefundenen konstanten Differenzen den Mittelwert eines einzigen Terms, nämlich des Terms $1,5 s_5$. Als Wert desselben ergab sich

$$1,5 s_5 = 39887,610 \pm 0,05 \text{ etwa.}$$

Auf diesen Wert gründen sich die Werte aller übrigen Terme. Sein (additiver) Fehler ist also auch der (additive) aller übrigen Terme.

1) F. Paschen, Jahrb. d. Radioakt. u. Elektronik 8. S. 174. 1911.

Erkennt man nur eine der angeführten und bewiesenen Serien vom genauen Ritztypus als solche an, so kann man auf Grund des Kombinationsprinzipes andere Serien nicht ablehnen, welche neben ersteren im Neonspektrum auftreten, und welche durch keine bekannte Serienformel darzustellen sind. Die Existenz solcher Serien wäre ohne das Vorkommen der Serien vom Ritztypus und ohne die Annahme der Gültigkeit des Kombinationsprinzipes nicht nachweisbar. Denn ihr Gesetz ist ein völlig anderes.

Meissner hat auf Grund des Kombinationsprinzipes einige solcher Nebenserien gefunden. Er verletzt aber das Kombinationsprinzip wieder bei ihrem rechnerischen Nachweise. Indem er sie nämlich nach der Ritzschen Formel berechnen will¹⁾, findet er Grenzen dieser Serien, welche im Widerspruche zum Kombinationsprinzip stehen. Denn die Glieder der Nebenserien dieser Art haben auch genau die oben bezeichneten Schwingungsdifferenzen $2p_i - 2p_{i-r}$. Daraus folgt, daß die Terme der Grenzen dieser Serien eben diejenigen $2p_i$ sein müssen. Es wäre sehr unwahrscheinlich, daß genau dieselben Differenzen bei anderer Größe der Terme $2p_i$ auftreten, da mit der Größe der Terme auch die Größe ihrer Differenz sich ändert.²⁾ Mit den richtigen Grenzen hört die Gültigkeit der Ritzschen Formel für diese Serien auf.

1) Die genauen Wellenlängen fügen sich Meissners Rechnung übrigens nur mangelhaft.

2) Als Grenze einiger dieser Serien, welche nach dem Kombinationsprinzip $2p_{10} = 25671,654 \pm 0,05$ ist, findet Meissner z. B. 26442,5 bis 26449,4 und es müßten alle Werte $2p_i$ um die Differenz dieser Zahlen für die abweichenden Serien größer sein, als für die Serien vom Ritztypus. Diese Verletzung des Kombinationsprinzipes anzunehmen, scheint unmöglich. Der Betrag, um den die Grenzterme entgegen dem Kombinationsprinzip zu verändern sind, um die Darstellung nach einer Formel vom Ritztypus zu erzwingen, und der nach Meissner bei einigen der betreffenden Nebenserien nahe konstant scheint (aber auch hier nur angenähert), ist bei den Hauptserien auch nicht annähernd konstant. Dies geht daraus hervor, daß in meiner Rechnung die Größe des Koeffizienten C bei verschiedenen Hauptserien verschiedene Werte hat, die zwischen 0,0001 und 0,06 liegen. Das bedeutet: Dort kommen neben dem reinen Ritztypus Formen vor, in denen der neue Typus in verschiedenem Maße ausgeprägt auftritt.

Wenn sich auch alle bisher bekannten Serien nahezu durch einen mathematischen Ausdruck vom Ritztypus interpolieren ließen, so kämen

Der Serientypus von Ritz hat die Eigenschaft, daß die Größe $f_{(m)}$ des Ausdruckes

$$(I) \quad \text{Term} = N / (f_{(m)})^2$$

sich mit wachsendem Werte von m asymptotisch dem Werte $m + a$ nähert, wo a eine Konstante ist. Denn das von Ritz zu diesem (Rydbergschen) Ausdrucke noch hinzugefügte Glied ist eine für große Werte von m verschwindende Funktion von $1/m$.

Bei dem neuen Serientypus nähert sich $f_{(m)} - m$ nicht einem konstanten Werte a , sondern wächst mit wachsendem Werte von m in stark zunehmendem Maße und kann näherungsweise dargestellt werden durch Hinzufügung eines weiteren Gliedes von der Form $c f(e^m)$ zu der Ritzschen Form von $f_{(m)}$. Auch physikalisch unterscheiden sich die Linien des neuen Serientypus von denen des Ritztypus. Sie werden mit wachsendem Werte m nicht so diffus und bleiben stärker als diese. Dies ist auf den stark dispergierten mit dem großen Gitter gemachten Aufnahmen selbst bei den meist scharfen Neonlinien deutlich zu sehen, wo Linien von Ritzserien neben solchen selbst höherer Ordnungszahl m der neuen Serien fallen.

Es ist für jede dieser Serien die bestinterpolierende Formel gesucht. Dabei mußte man sowohl dem Ritzschen Zusatzgliede, wie dem neuen etwas verschiedene Formen geben, um bestmöglichen Anschluß zu erzielen. In dem Ausdrucke:

$$(II) \quad f_{(m)} = m + a + a f\left(\frac{1}{m}\right) + c f(e^m)$$

hat man je nach Bedarf gesetzt:

- (1) für $f(1/m)$ entweder $1/m$ oder $1/m^2$ oder $e^{1/m}$ oder e^{4/m^2} ,
- (2) für $f(e^m)$ entweder $e^{m/2}$ oder $\sqrt{m e^m}$.

Bei jeder Serie ist die ihr angepaßte Form von $f_{(m)}$ mit den Werten ihrer Konstanten vermerkt, ferner die Abweichungen zwischen dem beobachteten und dem berechneten Werte des

doch auch schon recht beträchtliche Ausnahmen vor, so daß man diese mathematische Formel nicht als eine Eigenschaft des physikalischen Seriengbildes ansehen konnte. Damit entfällt die Grundlage von Meissners Auffassung der neuen Serien.

betr. Terms unter $\Delta(m p_n)$ oder $\Delta(m d_n)$ oder $\Delta(m s_n)$. Die Konstante N der Formel (I) erhielt stets den oben (S. 407) zu 109694,8 angegebenen Wert.

Die mathematische Darstellung des neuen Serientypes gelang in keinem Falle innerhalb der Fehlergrenzen, was ja bei der empirischen Art der Bildung solcher Interpolationsformel und der Möglichkeit von Diskontinuitäten (vgl. den Schluß) nicht verwunderlich ist.

Die aus den Beobachtungen berechneten Werte

$$\sqrt{\frac{10\,9694,8}{\text{beob. Term}}} - m,$$

welche es nach Obigem galt, durch $f_{(m)} - m$, also durch einen Ausdruck von der Form $a + a f_{(1/m)} + c f(e^m)$ darzustellen, sind graphisch für verschiedene Serien wiedergegeben als Funktion von m . In der Zeichnung der II. Nebenserien sieht man die Verschiedenheit beider Typen von Serien.

Aus der Zeichnung der I. Nebenserien geht die Diskontinuität hervor, welche die meisten der „ $m d$ “-Serien bei dem Gliede $m = 7$ zeigen. Das Glied ($6 d_n$) fällt schon etwas, das ($7 d_n$) bedeutend oberhalb, das ($8 d_n$) dagegen deutlich unterhalb des mittleren Kurvenzuges, der in diesem Falle in der Zeichnung und Berechnung vom Ritztypus ist. Die Zahlen „ $\Delta(m d_n)$ beob-ber“ illustrieren in den Zahlentabellen dasselbe.

Diese Diskontinuität erinnert formal an die anomale Dispersion vor und hinter einer Eigenschwingungsstelle. In diesem Bilde würde der Ritzserientyp der Dispersion bei einer einzigen im weiteren Ultraviolett liegenden Eigenschwingung, der neue Typ der Dispersion zwischen zwei Eigenschwingungen, und zwar nahe der zweiten im Ultrarot entsprechen können.

Vereinzelt sind früher Diskontinuitäten bemerkt (z. B. beim Glied $m = 5,5$ der II. N.-S. des Thallium). Im Falle des Neon ist das Phänomen dadurch besonders sichergestellt, daß das Glied $m = 7$ der ($m d_1$)-Serie nichts von dieser Diskontinuität zeigt. Die Glieder $m = 7$ der anderen Serien sind nämlich nicht unsicherer gemessen oder nach dem Kombinationsprinzip zugeordnet, als das der ($m d_1$)-Serie.

Die beträchtlichen Schwankungen in den Serien ($m d_3$), ($m d_5$), ($m d_6$) für $m > 7$ sind reell. Diejenigen jenseits $m = 10$ allerdings liegen nicht mehr außerhalb möglicher Fehler.

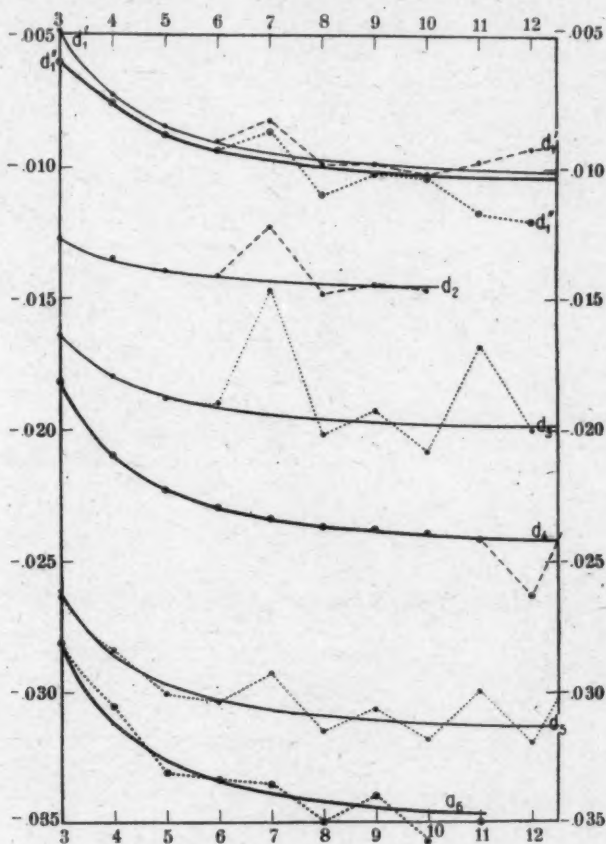
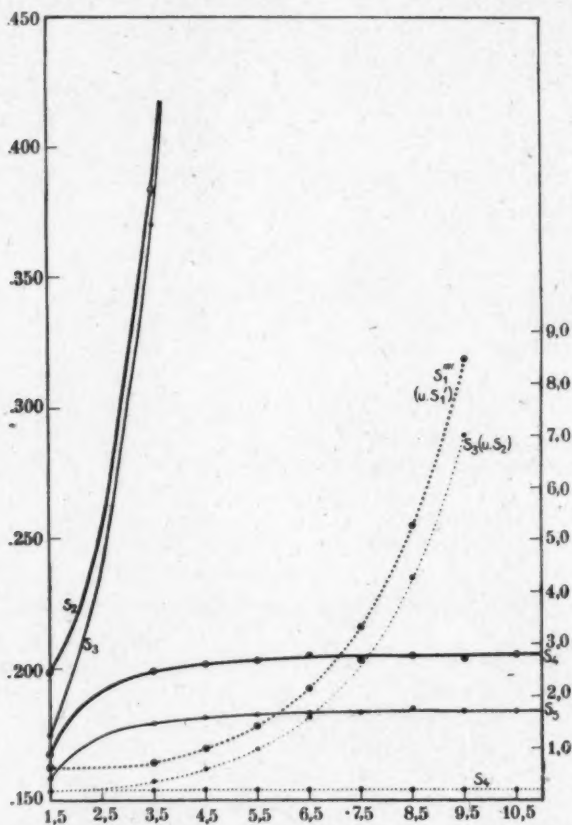


Fig. 1. I. Nebenserie.

Es sind Serien einzelner Linien herausgearbeitet. Nach Lohmanns Versuchen¹⁾ über die magnetische Aufspaltung

1) W. Lohmann, Beiträge zur Kenntnis des Zeemanphänomens. Diss. Halle 1907, S. 54—58.

einzelner starker sichtbarer Linien ist aber sicher, daß Linien verschiedener Serien miteinander Gebilde wie Doublets, Triplets u. dgl. bilden. Die vielen in bekannten Serienspektren



Ordinate links für ausgezogene, rechts für punktierte Kurven.

Fig. 2. II. Nebenserie.

nicht auftretenden Zeemantypen Lohmanns lassen auf neue, noch nicht studierte Gebilde von Triplets u. dgl. schließen. Nach der Eigenart der Unschärfe der Linien kann man beim

Neon solche Gruppen nicht finden, da die Linien selbst bei der hohen Dispersion des großen Gitters zu scharf sind. Aus Lohmanns Angaben kann nur Weniges abgeleitet werden. Es ist Folgendes:

λ_{Luft}	Kombination	Zeemantyp nach Lohmann's Angaben
6717,042	$1,5 s_2 - 2 p_1$	normales Triplet.
6506,527	$1,5 s_4 - 2 p_3$	$p_2 - d'$ I. N.-S. Triplets v. Mg, Zn usw.
6402,246	$1,5 s_5 - 2 p_5$	$p_1 - d$ I. N.-S. Triplets v. Mg, Zn usw.
6334,428	$1,5 s_5 - 2 p_5$	$p_1 - d'$ I. N.-S. Triplets v. Mg, Zn usw.
6266,495	$1,5 s_3 - 2 p_3$	normales Triplet.
6074,337	$1,5 s_4 - 2 p_3$	$\frac{3}{2}$ normales Triplet.
5975,534	$1,5 s_5 - 2 p_5$	$p_1 - s$ II. N.-S. Tripl. v. Mg, Zn usw.
5852,488	$1,5 s_2 - 2 p_1$	normales Triplet.
5400,556	$1,5 s_4 - 2 p_1$	$\frac{3}{2}$ normales Triplet.

Daraus folgt: Zu einfachen Linien mit normalem Zeemantriplet gehören die Terme p_1, s_2, p_3, s_3, p_5 . Aus einfachen Linien würden gebildet die Serien:

$$m p_1 - n s_2 \quad m p_3 - n s_2 \quad m p_5 - n s_2$$

$$m p_1 - n s_3 \quad m p_3 - n s_3 \quad m p_5 - n s_3$$

Dem p_2 -Term der Mg, Zn, usw.-Triplets entspricht der Neon-Term s_4

"	p_1	"	"	"	"	"	"	"	"	s_5
"	d	"	"	"	"	"	"	"	"	p_5
"	d'	"	"	"	"	"	"	"	"	p_3

Der s -Term der II. N.-S. der Mg-, Zn- usw.-Triplets wäre also hiernach ein einfacher Term, der kombiniert mit einem anderen einfachen Term eine einfache Linie von normalem Zeemantriplet gibt, wie es zu erwarten, bisher aber nicht bewiesen war.

Die Herausstellung aller neuen Gebilde erfordert weit umfangreichere Versuche über den Zeemaneffekt, und würde gewiß wichtige neue Aufschlüsse sowohl über die Serien, wie über die komplizierten Zeemantypen bringen.

Wellenlängen des Neonspektrums.

Int.	beobachtet		Kombination	λ_{Luft} ber.	Beob.
	λ_{Luft}	ν			
0	9840,42	10159,40			M.
0	9696,46	10310,21			M.
0	9399,10	10636,40			M.
1	9368,02	10671,70			M.
0	9345,06	10697,91			M.
1	9326,66	10721,30			M.
0	9314,00	10733,59	$2 p_4 - 3 d_4$	9314,013	M.
0	9310,65	10737,44	$2 p_3 - 3 d_6$	9310,675	M.
2	9300,70	10748,93	$2 p_4 - 3 d_3$	9300,956	M.
0	9234,08	10826,48			M.
0	9226,80	10835,02	$2 p_5 - 3 d_3$	9226,774	M.
0	9221,50	10841,25	$2 p_4 - 3 d_1''$	9221,649	M.
2	9220,28	10842,68	$2 p_4 - 3 d_1'$	9220,149	M.
2	9221,88	10864,36	$2 p_5 - 3 d_2$	9201,821	M.
2	9148,72	10927,49	$2 p_5 - 3 d_1''$	9148,737	M.
0	9105,18	10979,74			M.
0	8988,58	11122,18			M.
0	8958,46	11159,58			M.
0	8937,00	11186,37			M.
1	8919,43	11208,39	$2 p_5 - 3 d_3$	8919,463	M.
3	8865,72	11276,30	$2 p_5 - 3 d_4$	8865,746	M.
3	8853,97	11291,26	$2 p_5 - 3 d_2$	8853,918	M.
0	8830,80	11320,90	$2 p_5 - 3 d_2$	8830,962	M.
0	8829,25	11322,80			M.
0	8827,55	11325,07			M.
0	8822,66	11331,34			M.
4	8783,78	11381,48	$2 p_5 - 2,5 s_1''$	8783,768	M.
4	8780,63	11385,57	$2 p_5 - 3 d_1'$	8780,630	M.
1	8778,78	11387,98	$2 p_7 - 3 d_6$	8778,773	M.
2	8771,64	11397,24	$2 p_3 - 2,5 s_1'$	8771,651	M.
1	8704,15	11485,61	$2 p_7 - 3 d_2$	8704,166	M.
3	8681,93	11515,01	$2 p_7 - 3 d_2$	8681,936	M.
3	8679,50	11518,23	$2 p_3 - 2,5 s_1'$	8679,494	M.
1	8655,52	11550,14	$2 p_4 - 2,5 s_1''''$	8655,533	M.
6	8654,380	11551,67	$2 p_4 - 2,5 s_1''''$	8654,363	M.
2	8647,04	11561,48	$2 p_4 - 2,5 s_1''$	8647,058	M.
5	8634,668	11578,04	$2 p_7 - 3 d_1''$	8634,665 ¹⁾	M.
6	8591,266	11636,53	$2 p_5 - 2,5 s_1''''$	8591,266	M.
1	8582,87	11647,91	$2 p_5 - 2,5 s_1''$	8582,924	M.
2	8571,27	11663,67	$2 p_5 - 2,5 s_1'$	8571,348	M.
1	8544,66	11700,00	$2 p_5 - 3 d_2$	8544,657	M.
7	8495,359	11767,90	$2 p_5 - 3 d_4$	8495,350	M.
2	8484,52	11782,94	$2 p_5 - 3 d_5$	8484,490	M.
3	8463,42	11812,30	$2 p_5 - 3 d_5$	8463,366	M.
7	8418,447	11875,41	$2 p_5 - 3 d_1''$	8418,442	M.
1	8417,24	11877,11	$2 p_5 - 3 d_1'$	8417,191	M.
7	8377,630	11933,26	$2 p_5 - 3 d_1'$	8377,653	M.
1	8376,45	11934,95	$2 p_5 - 3 d_4$	8376,349	M.
2	8365,82	11950,10	$2 p_5 - 3 d_3$	8365,791	M.

1) 8635,315, $2 p_4 - 2,5 s_1'$ nicht beobachtet.

Int.	beobachtet		Kombination	λ_{Luft} ber.	Beob.
	λ_{Luft}	ν			
1	8301,56	12042,61	$2 p_3 - 3 d_1''$	8301,571	M.
7	8300,338	12044,39	$2 p_3 - 3 d_1'$	8300,355	M.
1	8267,14	12092,75	$2 p_3 - 2,5 s_1''''$	8267,129	M.
5	8266,092	12094,29	$2 p_3 - 2,5 s_1'''$	8266,061	M.
4	8259,392	12104,10	$2 p_3 - 2,5 s_1''$	8259,397	M.
0	8248,8	12119,66	$2 p_3 - 2,5 s_1'$	8248,683	M.
7	8136,423	12287,03	$2 p_7 - 2,5 s_1''''$	8136,419	M.
3	8128,95	12298,33	$2 p_7 - 2,5 s_1'''$	8128,930	M.
5	8118,554	12314,08	$2 p_7 - 2,5 s_1''$	8118,553	M.
8	8082,460	12369,06	$1,5 s_3 - 2 p_{10}$	8082,451	M.
8	7943,193	12585,93	$2 p_8 - 2,5 s_1'''$	7943,165	M.
3	7937,010	12595,74	$2 p_8 - 2,5 s_1''$	7937,011	M.
2	7927,09	12611,49	$2 p_8 - 2,5 s_1'$	7927,117	M.
2	7838,98	12753,24	$2 p_8 - 2,5 s_1''''$	7839,037	M.
1	7833,12	12762,78	$2 p_8 - 2,5 s_1'''$	7833,043	M.
1	7724,62	12942,05	$2 p_1 - 3,5 s_3$	7724,629	M.
6	7544,08 ¹⁾	13251,77	$2 p_{10} - 3 d_3$	7544,077	P.
8	7535,78 ²⁾	13266,36	$2 p_{10} - 3 d_3$	7535,750	P.
0?	7528,56	13279,09			M.
0	7495,31	13338,01			M.
9	7488,85	13349,49	$2 p_{10} - 3 d_3$	7488,911	M.
4	7472,425 ³⁾	13378,85	$2 p_{10} - 3 d_3$	7472,450	P.
8	7438,886	13439,163	$1,5 s_3 - 2 p_{10}$	7438,893	M.
3	7304,82	13685,81	$2 p_1 - 3,5 s_3$	7304,852	M.
10	7245,165	13798,498	$1,5 s_3 - 2 p_{10}$	7245,162	M.
10	7173,938	13935,496	$1,5 s_3 - 2 p_8$	7173,936	M.
3	7138,70	14004,29			
3	7125,37	14030,49			
1,5	7112,2 ⁴⁾	14056,4	$2 p_1 - 4 d_3$	7112,318	P.
0,5	7064,72	14150,94	$2 p_{10} - 2,5 s_1''''$	7064,769	P.
7,5	7059,113 ⁵⁾	14162,18	$2 p_{10} - 2,5 s_1'''$	7059,123	P.
5	7051,288 ⁶⁾	14177,89	$2 p_{10} - 2,5 s_1''$	7051,295	P.
10	7032,410	14215,950	$1,5 s_3 - 2 p_{10}$	7032,408	M.
9	7024,043	14232,884	$1,5 s_3 - 2 p_7$	7024,046	P.
10	6929,465	14427,146	$1,5 s_3 - 2 p_8$	6929,464	M.
2	6759,586	14789,72	$2 p_3 - 3,5 s_3$	6759,591	P.
5	6738,058	14836,98	$2 p_1 - 3,5 s_1$	6738,031	P.
0,5	6721,144	14874,31			P.
2	6717,042	14883,394	$1,5 s_3 - 2 p_8$	6717,044	M.
9	6678,275 ⁷⁾	14969,792	$1,5 s_3 - 2 p_4$	6678,275	M.
6	6666,893	14995,35	$2 p_3 - 3,5 s_3$	6666,897	P.
7	6652,093	15028,71	$1,5 s_3 - 2 p_3$	6652,090	P.
1,5	6640,012	15056,05	$2 p_3 - 3,5 s_3$	6640,012	P.

1) 7544,061 M.

2) 7535,786 M.

3) 7472,456 M.

4) Messung ungenau.

5) 7059,119 M.

6) 7051,314 M.

7) 6678,337 $2 p_3 - 3,5 s_3$ sollte als schwächere Komposition auftreten.

Int.	beobachtet		Kombination	λ_{Luft} ber.	Beob.
	λ_{Luft}	ν			
6	6602,907	15140,65	$2 p_5 - 3,5 s_4$	6602,906	P.
15	6598,953	15149,733	$1,5 s_2 - 2 p_2$	6598,954	M.
6	6532,881	15302,951	$1,5 s_3 - 2 p_7$	6532,879	M.
15	6506,527	15364,934	$1,5 s_4 - 2 p_8$	6506,528	M.
7	6444,721	15512,28	$2 p_6 - 3,5 s_5$	6444,717	P.
6	6421,708	15567,87	$2 p_3 - 3,5 s_3$	6421,711	P.
7	6409,753	15596,91	$2 p_8 - 3,5 s_4$	6409,754	P.
20	6402,246	15615,199	$1,5 s_5 - 2 p_9$	6402,246	M.
6	6401,076	15618,05	$2 p_3 - 3,5 s_3$	6401,082	P.
12	6382,991	15662,305	$1,5 s_4 - 2 p_7$	6382,989	M.
6	6365,013	15706,55	$2 p_7 - 3,5 s_5$	6365,005	P.
6	6351,873	15739,03	$2 p_3 - 3,5 s_2$	6351,866	P.
10	6334,428	15782,380	$1,5 s_5 - 2 p_3$	6334,427	M.
7	6330,901	15791,16	$2 p_7 - 3,5 s_4$	6330,900	P.
8	6328,173	15797,98	$2 p_4 - 3,5 s_2$	6328,173	P.
7	6313,692	15834,21	$2 p_8 - 3,5 s_3$	6313,693	P.
6	6304,789	15856,573	$1,5 s_4 - 2 p_6$	6304,787	M.
6	6293,766	15884,34	$2 p_8 - 3,5 s_2$	6293,751	P.
4	6276,039	15929,21	$2 p_2 - 4 d_5$	6276,041	P.
5	6273,018	15936,87	$2 p_3 - 4 d_5$	6273,020	P.
15	6266,495	15953,469	$1,5 s_3 - 2 p_5$	6266,497	M.
6	6258,796	15973,09	$2 p_2 - 4 d_3$	6258,801	P.
0,5	6252,732	15988,59	$2 p_2 - 4 d_2$	6252,758	P.
1	6249,593	15996,62	$2 p_1 - 4,5 s_4$	6249,593	P.
6	6246,734	16003,94	$2 p_3 - 3,5 s_5$	6246,733	P.
4	6225,742	16057,90	$2 p_3 - 4 d_5$	6225,746	P.
15	6217,279	16079,755	$1,5 s_5 - 2 p_7$	6217,278	M.
7	6213,878	16088,56	$2 p_8 - 3,5 s_4$	6213,881	P.
6	6205,787	16109,532	$2 p_3 - 4 d_2$	6205,788	P.
2	6202,981	16116,82	$2 p_4 - 4 d_5$	6202,983	P.
4	6193,078	16142,59	$2 p_4 - 4 d_4$	6193,084	P.
5	6189,076	16153,03	$2 p_4 - 4 d_3$	6189,077	P.
1	6183,169	16168,46	$2 p_4 - 4 d_2$	6183,170	P.
7	6182,161	16171,09	$2 p_3 - 3,5 s_5$	6182,152	P.
4	6175,291	16189,09	$2 p_4 - 4 d_1''$	6175,290	P.
5	6174,888	16190,15	$2 p_4 - 4 d_1'$	6174,884	P.
2	6172,821	16195,56	$2 p_3 - 4 d_3$	6172,827	P.
12	6163,594	16219,807	$1,5 s_3 - 2 p_2$	6163,594	M.
1	6161,123 ?	16226,31 ?			P.
4	6156,145	16239,44	$2 p_3 - 4 d_3$	6156,149	P.
6	6150,303	16254,86	$2 p_3 - 4 d_2$	6150,303	P.
12	6143,061	16274,022	$1,5 s_3 - 2 p_3$	6143,060	M.
6	6142,508	16275,48	$2 p_3 - 4 d_1''$	6142,507	P.
6	6128,457 ¹⁾	16312,800	$1,5 s_4 - 2 p_5$	6128,450	P.
2	6118,027	16340,61	$2 p_6 - 3,5 s_2$	6118,023	P.
0,5	6102,568 ?	16382,00 ?			P.
8	6096,162	16399,220	$1,5 s_4 - 2 p_4$	6096,163	M.
10	6074,337	16458,146	$1,5 s_4 - 2 p_3$	6074,335	P.
4	6064,552	16484,69	$2 p_7 - 3,5 s_3$	6064,543	P.
4	6046,158	16534,85	$2 p_7 - 3,5 s_2$	6046,143	P.
2	6042,013 ²⁾	16546,20	$2 p_1 - 5 d_1$	6041,980	P. ²⁾

1) 6128,450 M.

2) IV. G. 6074 gibt 6041,941 und stört Messung.

Int.	beobachtet		Kombination	λ_{Luft} ber.	Beob.
	λ_{Luft}				
10	6029,999	16579,155	$1,5 s_4 - 2 p_2$	6029,996	M.
6	6000,951	16659,41	$2 p_6 - 4 d_5$	6000,931	P.
7	5991,675	16685,21	$2 p_6 - 4 d_4$	5991,668	P.
8	5987,933	16695,63	$2 p_6 - 4 d_3$	5987,918	P.
2	5982,401	16711,06	$2 p_6 - 4 d_2$	5982,387	P.
12	5975,534	16730,268	$1,5 s_5 - 2 p_5$	5975,534	M.
10	5974,640	16732,77	$2 p_6 - 4 d_1'$	5974,631	P.
5	5966,171	16756,52	$2 p_3 - 3,5 s_1''''$	5966,169	P.
10	5965,438	16758,58	$2 p_2 - 3,5 s_1'''$	5965,468	P.
7	5961,626	16769,30	$2 p_3 - 3,5 s_1'$	5961,595	P.
10	5944,834	16816,666	$1,5 s_5 - 2 p_4$	5944,833	M.
6	5939,319	16832,28	$2 p_6 - 3,5 s_2$	5939,324	P.
7	5934,458	16846,05	$2 p_7 - 4 d_6$	5934,462	P.
2	5933,958 ?	16847,49			P.
4	5922,709	16879,48	$2 p_7 - 4 d_4$	5922,709	P.
2	5919,037	16889,95	$2 p_7 - 4 d_3$	5919,045	P.
9	5918,914	16890,31	$2 p_3 - 3,5 s_1'$	5918,907	P.
9	5913,642	16905,37	$2 p_7 - 4 d_2$	5913,642	P.
6	5906,440	16925,99	$2 p_7 - 4 d_1''$	5906,432	P.
1,5	5902,792	16936,44	$2 p_4 - 3,5 s_1''''$	5902,782	P.
6	5902,475	16: 37,35	$2 p_4 - 3,5 s_1'''$	5902,464	P.
1	5902,097	16938,43	$2 p_4 - 3,5 s_1''$	5902,095	P.
3,5	5898,406	16949,03	$2 p_4 - 3,5 s_1'$	5898,328	P.
1	5891,521 ?	16968,84 ?			P.
20	5881,896	16996,604	$1,5 s_5 - 2 p_3$	5881,894	M.
10	5872,827	17022,88	$2 p_3 - 3,5 s_1''''$	5872,821	P.
7	5872,149	17024,83	$2 p_5 - 3,5 s_1''$	5872,142	P.
1	5870,971	17028,23	$2 p_5 - 3,5 s_1^*$	(5870,992)	(P.)
7	5868,417	17035,65	$2 p_5 - 3,5 s_1'$	5868,413	P.
50	5852,4875	17082,010	$1,5 s_2 - 2 p_1$	5852,487	M.
7	5828,910	17151,11	$2 p_6 - 4 d_5$	5828,911	P.
10	5820,176	17176,85	$2 p_6 - 4 d_4$	5820,170	P.
6	5816,645	17187,27	$2 p_6 - 4 d_3$	5816,631	P.
3	5812,400	17199,82			P.
8	5811,417	17202,73	$2 p_6 - 4 d_2$	5811,414	P.
10	5804,454	17223,38	$2 p_6 - 4 d_1''$	5804,450	P.
7	5804,098	17224,42	$2 p_6 - 4 d_1'$	5804,092	P.
6	5770,307	17325,29	$2 p_1 - 4,5 s_1'$	5770,309	P.
15	5764,432	17342,95	$2 p_6 - 4 d_4'$	(5764,432)	P.
1	5764,063	17344,06	$2 p_6 - 4 d_3$	5764,068	P.
7	5760,585	17354,53	$2 p_6 - 4 d_2$	5760,598	P.
7	5748,650	17390,56	$2 p_6 - 4 d_1''$	5748,651	P.
10	5748,286	17391,66	$2 p_6 - 4 d_1'$	5748,298	P.
7	5719,532	17479,10	$2 p_6 - 3,5 s_1''''$	5719,525	P.
10	5719,236	17480,00	$2 p_6 - 3,5 s_1'''$	5719,227	P.
8	5718,899	17481,03	$2 p_6 - 3,5 s_1''$	5718,882	P.
5	5715,339	17491,92	$2 p_6 - 3,5 s_1'$	5715,344	P.
8	5689,807	17570,41	$2 p_{10} - 3,5 s_6$	5689,821	P.
4	5684,647	17586,36	$2 p_1 - 5,5 s_6$	5684,650	P.
0,5	5670,159	17631,30			P.
7	5662,553	17654,98	$2 p_{10} - 3,5 s_5$	5662,553	P.
10	5656,656	17673,39	$2 p_7 - 3,5 s_1''''$	5656,656	P.
7	5656,030	17675,34	$2 p_7 - 3,5 s_1'''$	5656,026	P.

Int.	beobachtet		Kombination	λ_{Luft} ber.	Beob.
	λ_{Luft}	ν			
0,5	5654,977	17678,62	$2 p_7 - 3,5 s_1^*$	(5654,960)	P.
7	5652,571	17686,16	$2 p_7 - 3,5 s_1$	5652,566	P.
6	5589,378	17886,11	$2 p_2 - 4,5 s_5$	5589,352	P.
1,5	5585,905	17897,23	$2 p_1 - 6 d_1$	5585,913	P.
0,5	5576,956	17925,95			P.
5	5576,049	17928,87	$2 p_2 - 4,5 s_4$	5576,038	P.
7	5563,047	17970,76	$2 p_3 - 3,5 s_1'''$	5563,049	P.
10	5562,765	17971,68	$2 p_3 - 3,5 s_1''$	5562,768	P.
8	5562,441	17972,69	$2 p_3 - 3,5 s_1'$	5562,441	P.
5	5559,087	17983,56	$2 p_3 - 3,5 s_1$	5559,094	P.
6	5538,641	18049,95	$2 p_3 - 4,5 s_4$	5538,653	P.
7	5533,678	18066,14	$2 p_4 - 4,5 s_5$	5533,682	P.
3	5511,485	18138,89	$2 p_0 - 3,5 s_1'''$	5511,496	P.
1	5511,176	18139,90	$2 p_0 - 3,5 s_1''$	5511,176	P.
4	5507,339	18152,55	$2 p_3 - 4,5 s_5$	5507,343	P.
6	5494,407	18195,27	$2 p_3 - 4,5 s_4$	5494,414	P.
8	5448,514	18348,52	$2 p_{10} - 3,5 s_2$	5448,514	P.
2	5447,120	18353,22	$2 p_1 - 5,5 s_2$	5447,099	P.
9	5433,652	18398,71	$2 p_{10} - 3,5 s_2$	5433,659	P.
6	5420,155	18444,53	$2 p_2 - 5 d_5$	5420,145	P.
8	5418,555	18449,97	$2 p_2 - 5 d_5$	5418,557	P.
9	5412,655	18470,08	$2 p_2 - 5 d_3$	5412,646	P.
1,5	5410,12	18478,75	$2 p_2 - 5 d_2$	5410,171	P.
50	5400,556	18511,46	$1,5 s_4 - 2 p_1$	5400,561	P. ¹⁾
4	5383,257	18570,95	$2 p_3 - 5 d_5$	5383,248	P.
6	5374,976	18599,56	$2 p_3 - 5 d_2$	5374,970	P.
7	5372,314	18608,77	$2 p_3 - 4,5 s_5$	5372,314	P.
4	5366,222	18629,90	$2 p_4 - 5 d_5$	5366,221	P.
4	5362,248	18643,71	$2 p_4 - 5 d_4$	5362,223	P.
5	5360,442	18650,06	$2 p_4 - 5 d_3$	5360,422	P.
8	5360,023	18651,45	$2 p_6 - 4,5 s_4$	5360,007	P.
2,5	5358,020	18658,42	$2 p_4 - 5 d_2$	5357,998	P.
8	5355,403	18667,54	$2 p_4 - 5 d_1''$	5355,325	P.
8	5355,176	18668,33	$2 p_4 - 5 d_1'$	5355,161	P.
1,5	5353,513	18674,13	$2 p_1 - 5,5 s_1$	5353,505	P.
8	5349,210	18689,15	$2 p_3 - 4,5 s_2$	5349,196	P.
12	5343,295	18709,84	$2 p_{10} - 4 d_9$	5343,289	P. ²⁾
0	5342,700	18711,92	$2 p_1 - 7 d_2$	5342,637	P.
20	5341,099	18717,54	$2 p_{10} - 4 d_5$	5341,099	P.
2,5	5335,710	18736,44	$2 p_5 - 5 d_3$	5335,705	P.
6	5333,323	18744,82	$2 p_5 - 5 d_2$	5333,299	P.
12	5330,791	18753,72	$2 p_{10} - 4 d_3$	5330,787	P. ³⁾
7	5326,407	18769,16	$2 p_{10} - 4 d_2''$	5326,404	P.
0,5	5320,550	18789,81	$2 p_{10} - 4 d_1''$	5320,555	P.
4	5316,806	18803,05	$2 p_7 - 4,5 s_5$	5316,808	P.
4,5	5314,781	18810,21	$2 p_3 - 4,5 s_2$	5314,783	P.
7	5301,767	18845,73	$2 p_7 - 4,5 s_4$	5304,760	P.
8	5298,200	18869,08	$2 p_4 - 4,5 s_3$	5298,185	P.
6	5280,070	18933,87	$2 p_5 - 4,5 s_3$	5280,067	P.

1) 5400,564, 18511,44 M.

2) 5342,992, $2 p_3 - 5 d_5$ daneben nicht gemessen.3) 5330,652, $2 p_3 - 5 d_1''$ nicht beobachtet.

Int.	beobachtet		Kombination	λ_{Luft} ber.	Beob.
	λ_{Luft}	ν			
5,5	5274,043	18955,51	$2p_3 - 4,5s_2$	5274,036	P.
6	5234,022	19100,44	$2p_3 - 4,5s_3$	5234,030	P.
6	5222,349	19143,14	$2p_3 - 4,5s_4$	5222,353	P.
5	5214,337	19172,55	$2p_3 - 5d_5$	5214,338	P.
6	5210,567	19186,42	$2p_3 - 5d_4$	5210,564	P.
7	5208,865	19192,69	$2p_3 - 5d_3$	5208,864	P.
1	5206,565	19201,17	$2p_3 - 5d_2$	5206,572	P.
8	5203,897	19211,02	$2p_3 - 5d_1$	5203,896	P.
8	5193,227	19250,49	$2p_2 - 4,5s_1''''$	5193,215	P.
8	5193,118	19250,89	$2p_2 - 4,5s_1'''$	5193,116	P.
5	5191,327	19257,53	$2p_2 - 4,5s_1''$	5191,317	P.
8	5188,609	19267,62	$2p_3 - 4,5s_3$	5188,615	P.
0,5	5182,320	19291,01	$2p_1 - 6,5s_2$	5182,308	P.
2,5	5163,474	19361,41	$2p_7 - 5d_3$	5163,474	P.
6	5158,894	19378,61	$2p_3 - 4,5s_1'$	5158,899	P.
0,5	5158,322	19380,75	$2p_7 - 5d_4$	5158,334	P.
6	5156,662	19386,99	$2p_7 - 5d_3$	5156,666	P.
6	5154,423	19395,41	$2p_7 - 5d_2$	5154,422	P.
7	5151,958	19404,69	$2p_7 - 5d_1$	5151,952	P.
5	5150,077	19411,77	$2p_6 - 4,5s_2$	5150,076	P.
5	5145,122	19430,47	$2p_4 - 4,5s_1''''$	5145,122	P.
10	5145,011	19430,89	$2p_4 - 4,5s_1'''$	5145,026	P.
10	5144,933	19431,190	$2p_4 - 4,5s_1''$	5144,933	P.
1,5	5143,265	19437,49	$2p_4 - 4,5s_1'$	5143,259	P.
0	5129,316	19490,35	$2p_1 - 6,5s_1$	5129,323	P.
0,5	5128,280	19494,29	$2p_2 - 5,5s_3$	5128,279	P.
8	5122,337	19516,89	$2p_3 - 4,5s_1''''$	5122,344	P.
8	5122,252	19517,23	$2p_3 - 4,5s_1'''$	5122,248	P.
0,5	5121,866	19518,70	$2p_2 - 5,5s_4$	5121,883	P.
4	5120,506	19523,88	$2p_3 - 4,5s_1'$	5120,498	P.
5	5117,011	19537,22	$2p_{10} - 3,5s_1''''$	5117,020	P.
8	5116,495	19539,18	$2p_{10} - 3,5s_1'''$	5116,504	P.
7	5113,665	19550,00	$2p_{10} - 3,5s_1''$	5113,674	P.
5	5104,688	19584,38	$2p_7 - 4,5s_3$	5104,685	P.
4	5099,042	19606,06	$2p_7 - 4,5s_2$	5099,046	P.
2	5090,321	19639,65	$2p_3 - 5,5s_4$	5090,323	P.
4	5083,968	19664,20	$2p_3 - 5d_5$	5083,968	P.
3	5081,360	19674,30	$2p_4 - 5,5s_5$	5081,375	P.
8	5080,376	19678,10	$2p_3 - 5d_4$	5080,380	P.
3	5078,762	19684,35	$2p_3 - 5d_3$	5078,764	P.
5	5076,581	19692,81	$2p_3 - 5d_2$	5076,585	P.
5	5074,190	19702,08	$2p_3 - 5d_1$	5074,188	P.
1	5074,062	19702,58	$2p_3 - 5d_1'$	5074,041	P. ¹⁾
0,5	5059,150	19760,66	$2p_5 - 5,5s_3$	5059,158	P.
4	5052,930	19784,98	$2p_3 - 5,5s_4$	5052,932	P.
1	5046,608	19809,77	$2p_2 - 6d_5$	5046,610	P.
3	5045,816	19812,87	$2p_2 - 6d_3$	5045,816	P.
3	5042,853	19824,52	$2p_2 - 6d_2$	5042,848	P.
0	5041,598	19829,46	$2p_2 - 6d_1$	5041,589	P.
10	5037,737	19844,64	$2p_9 - 5d_4'$	5037,739	P.
1	5037,577	19845,28	$2p_9 - 5d_4$	5037,581	P.

1) Messung ungenau.

Int.	beobachtet		Kombination	λ_{Luft} ber.	Beob.
	λ_{Luft}	ν			
5	5035,989	19851,54	$2 p_0 - 5 d_3$	5035,993	P.
0,5	5031,483	19869,32	$2 p_0 - 5 d_1''$	5031,492	P.
9	5031,339	19869,89	$2 p_0 - 5 d_1'$	5031,349	P.
4	5022,850	19903,47	$2 p_0 - 4,5 s_3$	5022,860	P.
1,5	5015,187	19933,88	$2 p_2 - 6 d_5$	5015,184	P.
4	5011,005	19950,51	$2 p_3 - 6 d_2$	5011,008	P.
6	5005,333	19973,13	$2 p_0 - 4,5 s_1''''$	5005,335	P.
10	5005,150	19973,85	$2 p_0 - 4,5 s_1'''$	5005,154	P.
0,5	5003,561	19980,20	$2 p_0 - 4,5 s_1'$	5003,571	P.
1	5000,395	19992,84	$2 p_4 - 6 d_5$	5000,403	P.
1,5	4998,502	20000,42	$2 p_4 - 6 d_4$	4998,507	P.
2	4997,482	20004,50	$2 p_4 - 6 d_3$	4997,486	P.
0,5	4996,209	20009,59	$2 p_4 - 6 d_2$	4996,251	P.
7 u r	4994,925	20014,74	$2 p_4 - 6 d_1'$	4994,925	P. ¹⁾
1	4979,625	20076,23	$2 p_5 - 6 d_0$	4979,657	P.
1,5	4975,961	20091,01	$2 p_5 - 6 d_3$	4975,995	P.
4	4974,760	20095,87	$2 p_5 - 6 d_2$	4974,769	P.
6	4973,538	20100,80	$2 p_5 - 6 d_1''$	4973,543	P.
7	4957,125	20167,36	$2 p_7 - 4,5 s_1''''$	4957,120	P.
10	4957,031	20167,74	$2 p_7 - 4,5 s_1'''$	4957,030	P.
7	4955,382	20174,45	$2 p_7 - 4,5 s_1'$	4955,389	P.
6	4944,981	20216,88	$2 p_0 - 5,5 s_5$	4944,983	P.
6	4939,034	20241,23	$2 p_0 - 5,5 s_4$	4939,037	P.
4	4930,944	20274,44	$2 p_2 - 5,5 s_3$	4930,946	P.
5	4928,228	20285,61	$2 p_3 - 5,5 s_2$	4928,234	P.
4	4899,013	20406,58	$2 p_3 - 5,5 s_1$	4899,012	P.
5	4897,924	20411,11	$2 p_7 - 5,5 s_5$	4897,918	P.
1,5	4892,228	20434,88	$2 p_3 - 6,5 s_5$	4892,228	P.
9	4892,085	20435,48	$2 p_7 - 5,5 s_4$	4892,084	P.
1	4888,365	20451,02	$2 p_3 - 6,5 s_4$	4888,363	P.
6	4885,084	20464,76	$2 p_0 - 4,5 s_1''''$	4885,085	P.
10	4884,915	20465,46	$\{ 2 p_4 - 5,5 s_2$	4884,903	P.
			$\{ 2 p_0 - 4,5 s_1'''$	4884,866	
2	4883,403	20471,82	$2 p_0 - 4,5 s_1'$	4883,405	P.
5	4868,269	20535,46	$2 p_0 - 6 d_5$	4868,266	P.
5	4867,010	20540,78	$2 p_5 - 5,5 s_3$	4867,008	P.
5,5	4866,473	20543,02	$2 p_0 - 6 d_4$	4866,470	P.
6	4865,501	20547,13	$2 p_0 - 6 d_3$	4865,503	P.
3	4864,351	20551,99	$2 p_0 - 5,5 s_2$	4864,367	P. ²⁾
6	4863,074	20557,38	$2 p_0 - 6 d_1'$	4863,074	P.
2	4859,604	20572,05	$2 p_3 - 6,5 s_4$	4859,608	P.
6	4852,654	20601,53	$2 p_3 - 5,5 s_1''''$	4852,648	P.
4,5	4851,501	20606,43	$2 p_3 - 5,5 s_1'$	4851,497	P.
3	4849,530	20614,80	$2 p_4 - 6,5 s_5$	4849,524	P.
1	4845,767	20630,81	$2 p_2 - 7 d_0$	4845,786	P.
2	4845,145	20633,46	$2 p_4 - 7 d_5$	4845,140	P.
4	4842,941	20642,85	$2 p_2 - 7 d_3$	4842,931	P.
1,5	4842,566	20644,44	$2 p_2 - 7 d_2$	4842,570	P.
9	4837,314	20666,86	$2 p_{10} - 4,5 s_5$	4837,317	P.
1	4829,288	20701,20	$2 p_5 - 6,5 s_5$	4829,284	P.

1) 4995,009, $2 p_4 - 6 d_1''$ erzeugt die Unschärfe nach Roth.2) $2 p_0 - 6 d_2$, 4864,331 schwach darüber zu erwarten.

Int.	beobachtet		Kombination	$\lambda_{\text{Luft}} \text{ ber.}$	Beob.
	λ_{Luft}	ν			
8	4827,591	20708,48	$2 p_8 - 5,5 s_5$	4827,581	P.
10	4827,342	20709,55	$2 p_{10} - 4,5 s_4$	4827,341	P.
4	4825,529	20717,33	$2 p_4 - 6,5 s_4$	4825,519	P.
4	4823,370	20726,61	$2 p_7 - 6 d_6$	4823,366	P.
6	4823,174	20727,45	$2 p_3 - 5,5 s_1'$	4823,172	P.
8	4821,926	20732,81	$2 p_6 - 5,5 s_4$	4821,915	P.
5	4819,937	20741,36	$2 p_7 - 6 d_3$	4819,931	P.
7	4818,789	20746,31	$2 p_7 - 6 d_2$	4818,781	P.
8	4817,644	20751,23	$2 p_7 - 6 d_1''$	4817,631	P.
0	4816,900	20754,45	$2 p_3 - 7 d_3$	4816,888	P.
4	4814,338	20765,48	$2 p_3 - 7 d_2$	4814,349	P.
6	4810,634	20781,48	$2 p_4 - 5,5 s_1''''$	4810,630	P.
7	4810,066	20783,93	$2 p_4 - 5,5 s_1'''$	4810,068	P.
1,5	4809,500	20786,37	$2 p_4 - 5,5 s_1'$	4809,499	P.
0	4803,225	20813,53	$2 p_4 - 7 d_3$	4803,251	P.
1,5	4802,363	20817,27	$2 p_4 - 7 d_4$	4802,369	P.
0,5	4801,076	20822,85	$2 p_4 - 7 d_3$	4801,080	P.
0	4800,748	20824,26	$2 p_4 - 7 d_2$	4800,725	P.
5	4800,114	20827,02	$2 p_4 - d_1'$	4800,114	P.
3	4790,728	20867,83	$2 p_5 - 5,5 s_1''''$	4790,712	P.
10	4790,218	20870,05	$2 p_5 - 5,5 s_1'''$	4790,226	P.
6	4789,600	20872,74	$2 p_5 - 5,5 s_1'$	4789,590	P.
12	4788,926	20875,68	$2 p_5 - 5,5 s_5$	4788,921	P.
0,5	4784,022	20897,07	$2 p_5 - 7 d_3$	4784,023	P.
0,5	4781,239	20909,24	$2 p_5 - 7 d_3$	4781,240	P.
3	4780,884	20910,79	$2 p_5 - 7 d_2$	4780,890	P.
8	4780,342	20913,16	$2 p_5 - 7 d_1''$	4780,340	P.
7	4758,723	21008,16	$2 p_6 - 5,5 s_2$	4758,723	P.
6	4754,440	21027,09	$2 p_6 - 6 d_5$	4754,437	P.
0	4753,123	21032,92	$2 p_2 - 7,5 s_3$	4753,120	P.
10	4752,727	21034,68	$2 p_3 - 6 d_4$	4752,724	P.
3	4751,802	21038,77	$2 p_3 - 6 d_3$	4751,801	P.
3	4750,686	21043,71	$2 p_3 - 6 d_2$	4750,683	P.
8	4749,565	21048,67	$2 p_3 - 6 d_1''$	4749,567	P.
5	4725,144	21157,46	$2 p_6 - 6,5 s_5$	4725,142	P.
1	4724,162	21161,86	$2 p_3 - 8 d_6$	4724,147	P.
2,5	4723,810	21163,43	$\{2 p_3 - 7,5 s_4$ $\{2 p_2 - 8 d_5$	$\{4723,801$ $\{4723,810$	P.
2	4722,714	21168,34	$2 p_2 - 8 d_3$	4722,715	P.
1	4722,150	21170,87	$2 p_2 - 8 d_2$	4722,198	P.
5	4721,536	21173,62	$2 p_6 - 6,5 s_4$	4721,537	P.
5	4717,608	21191,26	$2 p_7 - 5,5 s_3$	4717,603	P.
15	4715,339	21201,45	$2 p_9 - 6 d_4'$	4715,340	P.
3	4715,246	21201,87	$2 p_9 - 6 d_4$	4715,247	P.
3	4715,132	21202,37	$2 p_7 - 5,5 s_2$	4715,121	P.
5	4714,336	21205,96	$2 p_6 - 6 d_3$	4714,340	P.
1,5	4712,800	21212,87	$2 p_4 - 7,5 s_5$	4712,798	P.
2	4712,135	21215,87	$2 p_2 - 6,5 s_3$	4712,128	P.
10	4712,060	21216,21	$2 p_6 - 6 d_1'$	4712,060	P.
3	4710,478	21223,33	$2 p_2 - 6,5 s_2$	4710,478	P.
10	4710,058	21225,22	$2 p_{10} - 5 d_6$	4710,060	P.
12	4708,857	21230,64	$2 p_{10} - 5 d_5$	4708,861	P.
15	4704,394	21250,77	$2 p_{10} - 5 d_3$	4704,396	P.

Int.	beobachtet		Kombination	λ_{Luft} ber.	Beob.
	λ_{Luft}	ν			
7	4702,526	21259,22	$2 p_{10} - 5 d_2$	4702,526	P.
1	4700,469	21268,53	$2 p_{10} - 5 d_1''$	4700,468	P.
1	4696,943	21284,48	$2 p_3 - 8 d_5$	4696,953	P.
2,5	4695,363	21291,65	$2 p_3 - 8 d_2$	4695,359	P.
(0)	4693,675	21299,30	$2 p_5 - 7,5 s_3$	4693,681	P.
2	4691,580	21308,82	$2 p_5 - 7,5 s_4$	4691,585	P.
0,5	4688,191	21324,22	$2 p_5 - 5,5 s_1''''$	4688,211	P.
6	4687,664	21326,62	$2 p_5 - 5,5 s_1'''$	4687,676	P.
0	4683,985	21343,37	$2 p_4 - 8 d_5$	4683,985	P.
3	4683,764	21344,37	$2 p_3 - 6,5 s_2$	4683,771	P.
1	4683,238	21346,78	$2 p_4 - 8 d_4$	4683,238	P.
1,5	4682,910	21348,26	$2 p_4 - 8 d_3$	4682,907	P.
2,5	4682,146	21351,75	$2 p_7 - 6,5 s_5$	4682,151	P.
2,5	4681,930	21352,74	$2 p_4 - 8 d_1'$	4681,934	P.
4	4681,200	21356,06	$2 p_5 - 7 d_5$	4681,202	P.
6	4680,363	21359,88	$2 p_5 - 7 d_4$	4680,364	P.
7	4679,129	21365,52	$2 p_5 - 7 d_3$	4679,139	P.
(0,5)	4678,800	21367,01	$2 p_5 - 7 d_2$	4678,802	P.
4	4678,604	21367,92	$2 p_7 - 6,5 s_4$	4678,610	P.
8	4678,211	21369,71	$2 p_5 - 7 d_1'$	4678,220	P.
5	4670,870	21403,29	$2 p_4 - 6,5 s_2$	4670,873	P.
6	4667,356	21419,42	$2 p_3 - 6,5 s_1''''$	4667,348	P.
4	4666,654	21422,63	$2 p_3 - 6,5 s_1'$	4666,661	P.
0	4665,391	21428,43	$2 p_3 - 8 d_5$	4665,427	P.
0,5	4664,000	21434,78			P.
2,5	4663,518	21437,05	$(2 p_3 - 8,5 s_1)$	$(4663,555)$	
			$2 p_5 - 8 d_5$	4663,527	
3,5	4663,092	21438,99	$2 p_5 - 8 d_4''$	4663,098	P.
7	4661,095	21448,19	$2 p_{10} - 4,5 s_3$	4661,093	P.
8	4656,383	21469,89	$2 p_{10} - 4,5 s_3$	4656,391	P.
4	4653,699	21482,27	$2 p_5 - 6,5 s_3$	4653,705	P.
3	4652,101	21489,65	$2 p_5 - 6,5 s_2$	4652,097	P.
5	4649,903	21499,81	$2 p_5 - 5,5 s_3$	4649,903	P.
0	4645,885	21518,40	$2 p_7 - 5,5 s_1''''$	4645,886	P.
8	4645,411	21520,59	$2 p_7 - 5,5 s_1'''$	4645,417	P.
3,5	4644,833	21523,28	$2 p_7 - 5,5 s_1'$	4644,830	P.
0,5	4644,150	21526,44	$2 p_3 - 9 d_5$	4644,146	P.
0,5	4643,931	21527,45	$2 p_3 - 9 d_5$	4643,928	P.
1	4643,182	21530,93	$2 p_3 - 9 d_3$	4643,179	P.
5	4640,443	21543,64	$2 p_3 - 6,5 s_1'$	4640,448	P.
3	4639,591	21547,59	$2 p_7 - 7 d_5$	4639,593	P.
4	4636,974	21559,74	$2 p_7 - 7 d_3$	4636,977	P.
5	4636,630	21561,35	$2 p_7 - 7 d_2$	4636,647	P.
5	4636,118	21563,73	$2 p_7 - 7 d_1''$	4636,129	P.
3	4628,460	21599,42	$2 p_4 - 6,5 s_1''''$	4628,464	P.
7	4628,300	21600,17	$2 p_4 - 6,5 s_1'''$	4628,308	P.
0,5	4627,799	21602,50	$2 p_4 - 6,5 s_1'$	4627,789	P.
0	4624,715	21616,90	$2 p_4 - 8,5 s_5$	4624,736	P.
0	4617,982	21648,41	$2 p_3 - 9 d_5$	4617,968	P.
5	4617,825	21649,15	$2 p_5 - 6,5 s_5$	4617,835	P.
1	4616,911	21653,44	$2 p_3 - 9 d_3$	4616,915	P.
6	4614,399	21665,23	$2 p_3 - 6,5 s_4$	4614,392	P.
7	4609,912	21686,32	$2 p_5 - 6,5 s_1''$	4609,907	P.

Int.	beobachtet		Kombination	λ_{Luft} ber.	Beob.
	λ_{Luft}	ν			
3	4600,365	21688,89	$2 p_5 - 6,5 s_3'$	4600,353	P.
1	4604,938	21709,75	$2 p_5 - 8,5 s_4$	4604,935	P. ¹⁾
0	4604,680	21710,83	$2 p_4 - 9 d_3$	4604,695	P.
2	4604,095	21713,72	$2 p_4 - 9 d_1'$	4604,094	P.
4	4595,249	21755,51	$2 p_6 - 7,5 s_5$	4595,247	P.
4	4593,243	21765,02	$2 p_6 - 7,5 s_4$	4593,237	P.
0,5	4586,145	21798,71	$2 p_5 - 9 d_3$	4586,134	P.
0	4586,419	21797,39	$2 p_5 - 9 d_2$	4586,443	P.
1,5	4585,876	21799,98	$2 p_5 - 9 d_1''$	4585,868	P.
1	4582,980	21813,75	$2 p_2 - 7,5 s_3$	4582,997	P.
2	4582,556	21815,77	$2 p_6 - 5,5 s_1''''$	4582,555	P.
7	4582,455	21816,26	$2 p_6 - 6,5 s_5$	4582,464	P.
2	4582,105	21817,92	$2 p_5 - 5,5 s_1''$	4582,100	P.
7	4582,052	21818,18	$2 p_6 - 5,5 s_1''''$	4582,044	P.
2,5	4575,858	21847,70	$2 p_5 - 7 d_5$	4575,858	P.
8	4575,063	21851,50	$2 p_5 - 7 d_3$	4575,058	P.
3	4573,898	21857,08	$2 p_5 - 7 d_2$	4573,888	P.
4	4573,557	21858,70	$2 p_5 - 7 d_1$	4573,565	P.
1	4573,066	21861,05	$2 p_5 - 7 d_1''$	4573,063	P.
1,5	4567,845	21886,03	$2 p_6 - 8 d_5$	4567,848	P.
2	4567,139	21889,41	$2 p_6 - 8 d_4$	4567,138	P.
3,5	4566,830	21890,90	$2 p_6 - 8 d_3$	4566,822	P.
0	4566,290	21893,48	$2 p_6 - 8 d_2$	4566,340	P.
4,5	4565,897	21895,37	$2 p_6 - 8 d_1'$	4565,897	P.
0	4562,449	21911,92	$2 p_3 - 10 d_2'$	4562,459	P.
0,5	4556,698	21939,57	$2 p_3 - 7,5 s_3$	4556,699	P.
3	4555,392	21945,86	$2 p_6 - 6,5 s_3$	4555,380	P.
3,5	4554,824	21948,60	$2 p_2 - 7,5 s_1''''$	4554,811	P.
1	4554,561	21949,87	$2 p_7 - 7,5 s_6$	4554,576	P.
1,5	4554,415	21950,56	$2 p_2 - 7,5 s_1'$	4554,413	P.
3	4552,601	21959,31	$2 p_7 - 7,5 s_4$	4552,602	P.
0	4550,640	21968,78	$2 p_4 - 10 d_4$	4550,649	P.
0	4550,057	21971,59	$2 p_4 - 10 d_1''''$	4550,028	P.
2	4547,728	21982,84	$2 p_6 - 5,5 s_1''''$	4547,703	P.
1,5	4547,218	21985,31	$2 p_6 - 5,5 s_1''''$	4547,200	P.
0	4545,729	21992,51	$2 p_5 - 9,5 s_4$	4545,745	P.
4	4544,502	21998,45	$2 p_4 - 7,5 s_3$	4544,493	P.
10	4540,383	22018,40	$2 p_6 - 7 d_4'$	(4540,383)	P.
4	4539,168	22024,30	$2 p_6 - 7 d_3$	4539,168	P.
8	4538,309	22028,46	$2 p_6 - 7 d_1'$	4538,304	P.
10	4537,764	22031,11	$2 p_{10} - 4,5 s_1''''$	4537,750	P.
8	4537,683	22031,51	$2 p_{10} - 4,5 s_1''''$	4537,674	P.
7	4536,312	22038,16	$2 p_{10} - 4,5 s_1'$	4536,300	P.
0	4532,395	22057,21	$2 p_5 - 10 d_3$	4532,398	P.
3	4529,476	22071,42	$2 p_3 - 7,5 s_1'$	4529,442	P.
0	4527,973	22078,75	$2 p_7 - 8 d_6$	4527,967	P.
2	4527,725	22079,96	$2 p_5 - 7,5 s_3$	4527,714	P.
2	4526,685	22085,03	$[2 p_5 - 7,5 s_2]$ $[2 p_7 - 8 d_3]$	4526,714 4526,652	P.
4	4526,177	22087,50	$2 p_7 - 8 d_2$	4526,177	P.
5	4525,776	22089,47	$2 p_7 - 8 d_1''$	4525,772	P.

1) Dabei 4604,988, $2 p_4 - 9 d_4$.

Int.	beobachtet		Kombination	λ_{Luft} ber.	Beob.
	λ_{Luft}	"			
6	4517,742	22128,75	$2 p_4 - 7,5 s_1'''$	4517,744	P.
4	4516,936	22132,70	$2 p_7 - 6,5 s_3$	4516,924	P.
3	4515,411	22140,17	$2 p_7 - 6,5 s_2$	4515,409	P.
0,5	4515,022	22142,08	$2 p_8 - 6,5 s_1'''$	4515,031	P.
5	4514,891	22142,73	$2 p_8 - 6,5 s_1'''$	4514,882	P.
2,5	4511,509	22159,32	$2 p_8 - 8,5 s_5$	4511,482	P.
0	4510,854?	22162,54?	$2 p_8 - 11 d_1'$	4510,806	P. ¹⁾
2	4510,170	22165,91	$2 p_8 - 8,5 s_4$	4510,150	P.
4	4500,200	22215,01	$2 p_3 - 7,5 s_1''$	4500,192	P.
1	4499,843	22216,76	$\{ 2 p_8 - 7,5 s_1'$ $2 p_2 - 8,5 s_2$	$\{ 4499,813$ $4499,835$	P.
0,5	4499,000	22220,93	$2 p_2 - 8,5 s_2$	4498,987	P.
0,5	4496,325	22239,10			P.
0	4494,083	22245,24			P.
4	4493,699	22247,14	$2 p_8 - 7,5 s_3$	4493,694	P.
1	4493,108	22250,07	$2 p_8 - 9 d_5$	4493,111	P.
2	4492,689	22252,15	$2 p_8 - 9 d_4$	4492,687	P.
3	4492,412	22253,52	$2 p_8 - 9 d_3$	4492,410	P.
1	4492,132	22254,90	$2 p_8 - 9 d_2$	4492,114	P.
4	4491,838	22256,36	$2 p_8 - 9 d_1'$	4491,836	P.
5,5	4491,771	22256,69	$2 p_8 - 7,5 s_4$	4491,773	P.
8	4488,093	22274,94	$2 p_{10} - 5,5 s_5$	4488,091	P.
7	4483,189	22299,29	$2 p_{10} - 5,5 s_4$	4483,192	P.
2	4480,823	22311,07	$2 p_8 - 8,5 s_1'''$	4480,823	P.
6	4475,646	22336,87	$2 p_7 - 6,5 s_1''$	4475,651	P.
1	4475,131	22339,45	$2 p_7 - 6,5 s_1'$	4475,130	P.
0	4472,246	22353,86	$2 p_7 - 8,5 s_2$	4472,274	P.
0	4471,942	22355,38			P.
1	4470,971	22360,23	$2 p_7 - 8,5 s_4$	4470,966	P.
0	4467,491	22377,65	$2 p_8 - 8 d_5$	4467,490	P.
5	4466,811	22381,06	$2 p_8 - 8 d_4$	4466,811	P.
0,5	4466,503	22382,60	$2 p_8 - 8 d_3$	4466,509	P.
1	4466,045	22384,90	$2 p_8 - 8 d_2$	4466,047	P.
4	4465,651	22386,87	$2 p_8 - 8 d_1''$	4465,653	P.
0,5	4462,856	22400,89	$2 p_4 - 8,5 s_2$	4462,867	P.
6	4460,174	22414,36	$2 p_8 - 7,5 s_5$	4460,177	P.
0	4456,380	22433,45	$2 p_8 - 8,5 s_1'$	4456,394	P.
2	4455,564	22437,55	$2 p_8 - 6,5 s_2$	4455,563	P.
1	4454,285	22444,00	$2 p_8 - 9,5 s_5$	4454,290	P.
0	4453,528	22447,81	$2 p_7 - 9 d_5$	4453,531	P.
0,5	4453,324	22448,84	$2 p_8 - 9,5 s_4$	4453,356	P.
1	4453,253	22449,20	$2 p_7 - 9 d_3$	4453,241	P.
2	4452,983	22450,56	$2 p_7 - 9 d_1''$	4452,990	P.
0	4446,538	22483,10	$2 p_8 - 8,5 s_3$	4446,528	P.
0	4445,671	22487,49	$2 p_8 - 8,5 s_2$	4445,669	P.
3	4444,978	22490,99	$2 p_4 - 8,5 s_1'''$	4444,974	P. ²⁾
0	4440,890	22511,70	$2 p_8 - 10 d_4$	4440,953	P.
0,5	4440,812	22512,09	$2 p_1 - 10 d_3$	4440,821	P.
2	4440,363	22514,38	$2 p_8 - 10 d_1'$	4440,357	P.
1	4435,094	22541,12	$2 p_8 - 7,5 s_2$	4435,089	P.

1) Zweifelhaft.

2) Zugleich $2 p_1 - 9,5 s_2$.

Int.	beobachtet		Kombination	λ_{Luft} ber.	Beob.
	λ_{Luft}	ν			
5	4433,724	22548,07	$2 p_9 - 8 d_4'$	4433,725	P.
1,5	4433,398	22549,74	$2 p_9 - 8 d_3$	4433,395	P.
2,5	4432,526	22554,17	$2 p_9 - 8 d_1'$	4432,522	P.
0	4429,410	22570,04	$2 p_2 - 9,5 s_1''''$	4429,403	P.
2	4427,981	22577,32	$2 p_5 - 8,5 s_1''''$	4427,962	P.
3	4427,755	22578,47	$2 p_5 - 8,5 s_1'$	4427,709	P.
7	4425,416	22590,40	$2 p_{10} - 6 d_5$	4425,413	P.
8	4424,809	22593,50	$2 p_{10} - 6 d_3$	4424,805	P.
8	4422,518	22605,20	$2 p_{10} - 6 d_3$	4422,521	P.
4	4421,559	22610,11	$2 p_{10} - 6 d_3$	4421,554	P.
0	4420,558	22615,23	$2 p_{10} - 6 d_1''$	4420,585	P.
4	4416,817	22634,39	$2 p_8 - 6,5 s_1'''$	4416,813	P.
1	4415,141	22642,98	$2 p_7 - 9,5 s_4$	4415,149	P.
2	4413,561	22651,08	$2 p_8 - 8,5 s_5$	4413,560	P.
(0)	4413,247	22652,69	$2 p_8 - 10,5 s_5$	4413,249	P.
2,5	4412,285	22657,63	$2 p_8 - 8,5 s_1'''$	4412,284	P.
2,5	4409,620	22671,33	$2 p_6 - 7,5 s_1'''$	4409,611	P.
0,5	4405,582	22692,11	$2 p_3 - 9,5 s_1'$	4405,588	P.
0	4402,985	22705,50	$2 p_8 - 11 d_1'$	4402,999	P.
0	4402,580	22707,58	$2 p_7 - 10 d_3$	4402,556	P.
0,5	4402,374	22708,64	$2 p_7 - 10 d_1''$	4402,381	P.
1	4398,136	22730,53	$2 p_7 - 7,5 s_3$	4398,136	P.
0	4397,175	22735,49	$2 p_7 - 7,5 s_2$	4397,192	P.
0	4395,969	22741,70	$2 p_8 - 9 d_5$	4395,967	P.
4	4395,569	22743,80	$2 p_8 - 9 d_4$	4395,569	P.
0	4395,306	22745,17	$2 p_8 - 9 d_1$	4395,305	P.
0	4395,008	22746,70	$2 p_8 - 9 d_2$	4395,021	P.
2	4394,773	22747,91	$2 p_8 - 9 d_1''$	4394,776	P.
2	4394,370	22750,00	$2 p_4 - 9,5 s_1''''$	4394,368	P.
3	4381,219	22818,29	$2 p_9 - 8,5 s_3$	4381,221	P.
0,5	4377,754	22836,35	$2 p_5 - 9,5 s_1''$	4377,743	P.
0	4375,339	22849,10	$2 p_6 - 12 d_3?$	4375,283	P.
0,5	4374,997	22850,74	$\{ 2 p_6 - 12 d_1'$ $2 p_7 - 10,5 s_4$	$\{ 4375,013$ 4374,987	P.
3	4372,157	22865,59	$2 p_7 - 7,5 s_1''$	4372,163	P.
0,5	4371,796	22867,47	$2 p_7 - 7,5 s_1'$	4371,805	P.
0	4365,705	22899,38	$2 p_7 - 11 d_1''$	4365,708	P.
5	4363,520	22910,84	$2 s_9 - 9 d_4'$	4363,520	P.
0,5	4363,228	22912,34	$2 p_9 - 9 d_3$	4363,233	P.
3	4362,690	22915,20	$2 p_9 - 9 d_1'$	4362,692	P.
0,5	4358,816	22935,57	$2 p_8 - 9,5 s_5$	4358,807	P.
1	4357,918	22940,25	$2 p_8 - 9,5 s_4$	4357,914	P.
0,5	4357,298	22943,55	$2 p_8 - 8,5 s_2$	4357,294	P.
2	4346,036	23003,00	$2 p_8 - 10 d_4$	4346,035	P.
0	4345,762	23004,46	$2 p_7 - 11,5 s_5$	4345,764	P.
0,5	4345,479	23005,97	$2 p_8 - 10 d_1''$	4345,473	P.
0,5	4340,420	23032,77	$2 p_8 - 7,5 s_2$	4340,420	P.
0,5	4340,256	23033,65	$2 p_8 - 8,5 s_1''''$	4340,254	P.
0,5	4338,200	23044,57	$2 p_7 - 12 d_1''$	4338,199	P.
4	4336,221	23055,07	$2 p_{10} - 5,5 s_3$	4336,221	P.
5	4334,119	23066,26	$2 p_{10} - 5,5 s_2$	4334,124	P.
1,5	4327,265	23102,79	$2 p_9 - 9,5 s_3$	4326,264	P.
0,5	4321,492	23133,66	$2 p_7 - 8,5 s_3$	4321,492	P.

Int.	beobachtet		Kombination	λ_{Luft} ber.	Beob.
	λ_{Luft}	ν			
0	4319,511	23144,27	$2 p_8 - 10,5 s_5$	4319,500	P.
(1)	4318,834	23147,89	$2 p_8 - 10,5 s_4$	4318,783	P.
2	4316,008	23163,05	$2 p_8 - 7,5 s_1'''$	4316,039	P.
3	4314,695	23170,10	$2 p_8 - 10 d_1'$	4314,695	P.
0	4314,110	23173,24	$2 p_8 - 10 d_1'$	4314,114	P.
0,5	4310,130	23194,63	$2 p_8 - 11 d_1$	4310,125	P.
5	4306,244	23215,57	$2 p_{10} - 6,5 s_3$	4306,241	P.
1	4303,955	23227,91	$2 p_7 - 8,5 s_1'$	4303,955	P.
0	4303,695	23229,32	$2 p_7 - 8,5 s_1'$	4303,715	P.
3	4303,248	23231,74	$2 p_{10} - 6,5 s_4''''$	4303,257	P.
0,5	4291,976	23292,75	$2 p_8 - 9,5 s_1''''$	4291,993	P.
0,5	4289,799	23304,57	$2 p_8 - 11,5 s_4$	(4289,799)	P.
1	4288,541	23311,40	$2 p_8 - 10,5 s_5$	4288,521	P.
1,5	4283,242	23340,24	$2 p_8 - 12 d_1$	4283,237	P.
2	4279,279	23361,85	$2 p_8 - 11 d_1'$	4279,279	P.
1	4278,850	23364,19	$2 p_8 - 11 d_1'$	4278,842	P.
5	4275,560	23382,18	$2 p_{10} - 5,5 s_1''''$	4275,555	P.
0	4275,167	23384,33	$2 p_{10} - 5,5 s_1''''$	4275,159	P.
4	4274,656	23387,13	$2 p_{10} - 5,5 s_1'$	4274,662	P.
4	4270,227	23411,38	$2 p_{10} - 7 d_5$	4270,225	P.
5	4269,724	23414,14	$2 p_{10} - 7 d_5$	4269,726	P.
5	4268,009	23423,54	$2 p_{10} - 7 d_3$	4268,010	P.
1	4267,724	23425,11	$2 p_{10} - 7 d_2$	4267,729	P.
0	4267,286	23427,52	$2 p_{10} - 7 d_1''$	4267,291	P.
0,5	4262,479	23453,93	$2 p_8 - 13 d_1$	4262,477	P.
0	4259,739	23469,01	$2 p_8 - 11,5 s_5$	4259,740	P.
0,5	4256,498	23486,89	$2 p_7 - 9,5 s_1''''$	4256,491	P.
0,5	4252,775	23507,45	$2 p_8 - 12 d_1'$	4252,774	P.
0,5	4252,418	23509,42	$2 p_8 - 12 d_1'$	4252,406	P.
0,5	4249,538	23525,35	$2 p_8 - 8,5 s_1''''$	4249,548	P.
0	4232,323	23621,04	$2 p_8 - 13 d_1'$	4232,323	P.
0	4231,454	23625,90	$2 p_8 - 13 d_1'$	4231,446	P.
0,5	4203,270	23784,30	$2 p_8 - 9,5 s_1''''$	4203,266	P.
5	4198,099	23813,60	$2 p_{10} - 7,5 s_5$	4198,101	P.
2	4196,415	23823,16	$2 p_{10} - 7,5 s_4$	4196,424	P.
3,5	4175,488	23942,56	$2 p_{10} - 8 d_5$	4175,485	P.
4,5	4175,223	23944,08	$2 p_{10} - 8 d_5$	4175,223	P.
0	4174,653	23947,34			P.
5	4174,369	23948,98	$2 p_{10} - 8 d_3$	4174,366	P.
0,5	4173,966	23951,29	$2 p_{10} - 8 d_2$	4173,962	P.
3	4166,091	23996,56	$2 p_{10} - 6,5 s_3$	4166,0 2	P.
4	4164,802	24003,99	$2 p_{10} - 6,5 s_3$	4164,802	P.
5	4131,054	24200,08	$2 p_{10} - 6,5 s_1''''$	4131,049	P.
2,5	4130,512	24203,26	$2 p_{10} - 6,5 s_1'$	4130,512	P.
3	4128,072	24217,56	$2 p_{10} - 8,5 s_5$	4128,079	P.
0,5	4126,941	24224,20	$2 p_{10} - 8,5 s_4$	4126,964	P.
1,5	4112,865	24307,10	$2 p_{10} - 9 d_5$	4112,864	P.
2,5	4112,694	24308,11	$2 p_{10} - 9 d_5$	4112,692	P.
2	4112,100	24311,63	$2 p_{10} - 9 d_3$	4112,105	P.
0	4111,882	24313,13	$2 p_{10} - 9 d_2$	4111,857	P.
4	4080,148	24502,01	$2 p_{10} - 9,5 s_5$	4080,142	P.
0,5	4079,359	24506,75	$2 p_{10} - 9,5 s_4$	4079,360	P.
1	4069,389	24566,79	$2 p_{10} - 10 d_5$	4069,388	P.

Int.	beobachtet		Kombination	λ_{Luft} ber.	Beob.
	λ_{Luft}	ν			
3	4069,243	24567,67	$2 p_{10} - 10 d_5$	4069,242	P.
0,5	4069,049	24568,84			P.
3	4068,835	24570,07	$2 p_{10} - 10 d_3$	4068,839	P.
2	4064,829	24594,35	$2 p_{10} - 7,5 s_3$	4064,833	P.
4	4064,036	24599,15	$2 p_{10} - 7,5 s_2$	4064,027	P.
0,5	4045,662	24710,86	$2 p_{10} - 10,5 s_5$	4045,681	P.
0	4045,009	24714,85	$2 p_{10} - 10,5 s_4$	4045,051	P.
4	4042,642	24729,33	$2 p_{10} - 7,5 s_1''''$	4042,645	P.
1,5	4042,327	24731,25	$2 p_{10} - 7,5 s_1'$	4042,331	P.
1	4037,696	24759,62	$2 p_{10} - 11 d_5$	4037,695	P.
2	4037,615	24760,11	$2 p_{10} - 11 d_2$	4037,615	P.
1	4037,262	24762,27	$2 p_{10} - 11 d_3$	4037,261	P.
0,5	4020,015	24868,51	$2 p_{10} - 11,5 s_5$	4020,057	P.
0,5	4013,995	24905,81	$2 p_{10} - 12 d_5$	4013,996	P.
0	4013,752	24907,32	$2 p_{10} - 12 d_3$	4013,752	P.
0	3999,263	24997,55	$2 p_{10} - 8,5 s_2$	3999,278	P.
0	3998,594	25001,73	$2 p_{10} - 8,5 s_3$	3998,609	P.
0	3995,721	25019,71	$2 p_{10} - 13 d_3$	3995,721	P.
0	3995,298	25022,35	$2 p_{10} - 13 d_2$	3995,298	P.
2	3984,253	25091,72	$2 p_{10} - 8,5 s_1''''$	3984,253	P.
0,5	3984,065	25092,90	$2 p_{10} - 8,5 s_1'$	3984,047	P.
0,5	3943,540	25350,77	$2 p_{10} - 9,5 s_1''''$	3943,546	P.
0,5	3899,723	25635,60	$1,5 s_2 - 3 d_5$	3899,739	P.
1	3889,427	25703,43	$1,5 s_2 - 3 d_4$	3889,434	P.
0	3887,134	25718,61	$1,5 s_2 - 3 d_3$	3887,156	P.
0,5	3882,698	25747,89	$1,5 s_2 - 3 d_2$	3882,716	P.
1	3769,654	26520,11	$1,5 s_2 - 2,5 s_1''''$	3769,682	P.
2	3769,449	26521,55	$1,5 s_2 - 2,5 s_1''''$	3769,461	P.
1	3768,047	26531,42	$1,5 s_2 - 2,5 s_1'$	3768,074	P. ¹⁾
1	3765,819	26547,12	$1,5 s_2 - 2,5 s_1'$	3765,845	P. ¹⁾
6	3754,206	26629,24	$1,5 s_2 - 3 p_{10}$	3754,205	P.
1,5	3713,084	26924,14			P. ¹⁾
7	3701,222	27010,44	$1,5 s_2 - 3 p_8$	3701,221	P.
1,5	3694,197	27061,79			P. ¹⁾
7	3685,728	27123,97	$1,5 s_2 - 3 p_7$	3685,731	P.
7	3682,232	27149,72	$1,5 s_2 - 3 p_6$	3682,236	P.
1	3664,112	27283,99			P. ¹⁾
7	3633,657	27512,66	$1,5 s_2 - 3 p_3$	3633,654	P.
6	3609,170	27699,31	$1,5 s_2 - 3 p_{10}$	3609,169	P.
7	3600,161	27768,62	$1,5 s_2 - 3 p_5$	3600,164	P.
9	3593,631	27819,09	$1,5 s_2 - 3 p_2$	3593,637	P.
10	3593,519	27819,95	$1,5 s_2 - 3 p_1$	3593,523	P.
3	3562,942	28058,69	$1,5 s_4 - 3 p_{10}$	3562,945	P.
20	3520,467	28397,22	$1,5 s_2 - 3 p_1$	3520,467	P.
8	3515,186	28439,87	$1,5 s_4 - 3 p_3$	3515,187	P.
6	3510,714	28476,10	$1,5 s_2 - 3 p_{10}$	3510,711	P.
8	3501,211	28553,38	$1,5 s_4 - 3 p_7$	3501,211	P.
7	3498,059	28579,12	$1,5 s_4 - 3 p_6$	3498,058	P.
10	3472,568	28788,90	$1,5 s_2 - 3 p_5$	3472,568	P.
8	3466,575	28838,67	$1,5 s_2 - 3 p_3$	3466,573	P.
7	3464,334	28857,33	$1,5 s_2 - 3 p_2$	3464,335	P.

1) Bei niederem Drucke.

Int.	beobachtet		Kombination	λ_{Luft} ber.	Beob.
	λ_{Luft}	ν			
7	3460,523	28889,10	$1,5 s_3 - 3 p_2$	3460,520	P.
7	3454,193	28942,04	$1,5 s_4 - 3 p_3$	3454,190	P.
6	3450,761	28970,83	$1,5 s_3 - 3 p_7$	3450,761	P.
8	3447,701	28996,54	$1,5 s_5 - 3 p_6$	3447,697	P.
6	3423,910	29198,02	$1,5 s_4 - 3 p_5$	3423,908	P.
6	3418,002	29248,48	$1,5 s_4 - 3 p_2$	3418,003	P.
10	3417,901	29249,34	$1,5 s_4 - 3 p_4$	3417,901	P.
6	3375,645	29615,48	$1,5 s_5 - 3 p_5$	3375,644	P.
15	3369,905	29665,92	$1,5 s_5 - 3 p_2$	3369,905	P.
10	3369,806	29666,79	$1,5 s_5 - 3 p_4$	3369,806	P.
4	3351,744	29826,65	$1,5 s_4 - 3 p_1$	3351,744	P.
2,5	3207,906	31164,00	vgl. S. 453		P.
0	3206,199	31180,59			P.
6	3167,568	31560,84	$1,5 s_2 - 4 p_{10}$	3167,572	P.
6	3153,404	31702,61	$1,5 s_2 - 4 p_8$	3153,405	P.
7	3148,603	31750,93	$1,5 s_2 - 4 p_7$	3148,604	P.
4	3147,701	31760,04	$1,5 s_2 - 4 p_6$	3147,703	P.
8	3126,190	31978,57	$1,5 s_3 - 4 p_3$	3126,188	P.
2	3101,407	32234,09	vgl. S. 453		P.
7	3079,175	32466,82		3079,173	P.
7	3078,875	32469,98	$1,5 s_2 - 4 p_3$	3078,875	P.
8	3076,971	32490,07	$1,5 s_2 - 4 p_4$	3076,970	P.
4	3067,214	32593,42	vgl. S. 453		P.
1,5	3065,668	32609,86			P.
8	3063,695	32630,89	$1,5 s_3 - 4 p_{10}$	3063,693	P.
9	3057,388	32698,16	$1,5 s_2 - 4 p_1$	3057,376	P.
2	3045,949	32820,96	$1,5 s_3 - 4 p_7$	3045,945	P.
6	3030,313	32990,30	$1,5 s_4 - 4 p_{10}$	3030,319	P.
1	3028,424	33010,88	vgl. S. 453		P.
3	3026,913	33027,37			P.
6	3017,348	33132,04	$1,5 s_4 - 4 p_8$	3017,350	P.
6	3012,955	33180,35	$1,5 s_4 - 4 p_7$	3012,955	P.
6	3012,129	33189,45	$1,5 s_4 - 4 p_6$	3012,129	P.
0,5	2994,410	33385,84			P.
1	2994,250	33387,63			P.
8	2992,438	33407,84	$1,5 s_5 - 4 p_{10}$	2992,452	P.
8	2992,420	33408,04	$1,5 s_4 - 4 p_3$	2992,423	P.
9	2982,663	33517,32	$1,5 s_5 - 4 p_9$	2982,663	P.
6	2980,922	33536,90	$1,5 s_3 - 4 p_5$	2980,921	P.
5,5	2980,642	33540,06	$1,5 s_3 - 4 p_2$	2980,642	P.
6	2979,806	33549,46	$1,5 s_5 - 4 p_8$	2979,805	P.
5	2975,518	33597,80	$1,5 s_5 - 4 p_7$	2975,519	P.
9	2974,714	33606,89	$1,5 s_5 - 4 p_6$	2974,713	P.
1	2974,527	33609,00			P.
2	2957,293	33804,85			P.
0,5	2957,148	33806,50			P.
1,5	2952,527	33859,42	$1,5 s_2 - 5 p_{10}$	2952,525	P.
3	2949,316	33896,28	$1,5 s_4 - 4 p_5$	2949,317	P.
2,5	2949,043	33899,41	$1,5 s_4 - 4 p_2$	2949,043	P.
8	2947,297	33919,50	$1,5 s_4 - 4 p_4$	2947,296	P.
0,5	2946,732	33926,00	$1,5 s_2 - 5 p_8$	2946,730	P.
0,5	2944,575	33950,85	$1,5 s_2 - 5 p_7$	2944,581	P.
7	2932,721	34088,07	$1,5 s_2 - 5 p_3$	2932,721	P.

Int.	beobachtet		Kombination	λ_{Luft} ber.	Beob.
	λ_{Luft}	ν			
3	2929,312	34127,73	$1,5 s_4 - 4 p_1$	2929,314	P.
0,5	2913,417	34313,92	$1,5 s_5 - 4 p_5$	2913,434	P.
8	2913,168	34316,86	$1,5 s_5 - 4 p_2$	2913,168	P.
4	2911,461	34336,98	$1,5 s_5 - 4 p_4$	2911,462	P.
0,5	2881,852	34689,75	$1,5 s_2 - 5 p_2$	2881,852	P.
0uv	2881,279	34696,64	$1,5 s_2 - 5 p_3$	2881,310	P.
1	2880,290	34708,57	$1,5 s_2 - 5 p_4$	2880,289	P.
5	2872,663	34800,71	$1,5 s_2 - 5 p_1$	2872,664	P.
2	2862,070	34929,52	$1,5 s_3 - 5 p_{10}$	2862,070	P.
0	2854,606	35020,84	$1,5 s_3 - 5 p_7$	2854,604	P.
0,5	2846,490	35120,68	$1,5 s_2 - 6 p_{10}$	2846,493	P.
0	2843,71 ¹⁾	35155,0 ¹⁾	$1,5 s_2 - 6 p_3$	2843,706	P.
3	2842,57	35169,1	$1,5 s_2 - 6 p_7$	2842,547	P.
3	2835,233	35260,12	$1,5 s_2 - 6 p_2$	2835,233	P.
2	2832,921	35288,89	$1,5 s_4 - 5 p_{10}$	2832,923	P.
1	2827,584	35355,49	$1,5 s_4 - 5 p_8$	2827,587	P.
2	2825,609	35380,21	$1,5 s_4 - 5 p_7$	2825,609	P.
2,5	2825,259	35384,59	$1,5 s_4 - 5 p_3$	2825,260	P.
3,5	2814,685	35517,51	$1,5 s_4 - 5 p_5$	2814,686	P.
0,5	2790,80	35706,3	$1,5 s_5 - 5 p_{10}$	2799,801	P.
2	2795,963	35755,33	$1,5 s_5 - 5 p_9$	2795,963	P.
0	2795,613	35759,81	$1,5 s_3 - 5 p_2$	2795,612	P.
5	2795,101	35766,35	$1,5 s_3 - 5 p_5$	2795,101	P.
1,5	2794,592	35772,86	$1,5 s_5 - 5 p_2$	2794,589	P.
1	2792,660	35797,62	$1,5 s_5 - 5 p_7$	2792,657	P.
3,5	2792,318	35802,00	$1,5 s_5 - 5 p_6$	2792,316	P.
0,5	2782,07	35933,9	$1,5 s_2 - 6 p_5$	2782,096	P.
1	2781,68	35939,3	$1,5 s_2 - 6 p_4$	2781,647	P.
1	2781,42	35942,3			P.
1,5	2775,049	36024,78	$1,5 s_2 - 6 p_1$	2775,049	P.
0,5	2767,77	36119,5	$1,5 s_4 - 5 p_2$	2767,796	P.
1	2767,28	36125,9	$1,5 s_4 - 5 p_5$	2767,296	P.
1	2766,353	36138,01	$1,5 s_4 - 5 p_4$	2766,353	P.
1	2762,324	36190,72	$1,5 s_3 - 6 p_{10}$	2762,324	P.
0,5	2759,323	36230,09	$1,5 s_4 - 5 p_1$	2759,321	P.
1	2758,64	36239,0	$1,5 s_3 - 6 p_7$	2758,608	P.
3	2755,82	36276,2			P.
3	2743,53	36438,6	$1,5 s_2 - 8 p_3$	2743,53	P.
1,5	2736,177	36536,53	$1,5 s_5 - 5 p_2$	2736,170	P.
2	2735,69	36543,0	$1,5 s_5 - 5 p_5$	2735,682	P.
1	2735,168	36550,03	$1,5 s_4 - 6 p_{10}$	2735,164	P.
0,5	2734,755	36555,54	$1,5 s_5 - 5 p_4$	2734,760	P.
0	2732,61	36584,3	$1,5 s_4 - 6 p_3$	2732,597	P.
1	2731,528	36598,72	$1,5 s_4 - 6 p_7$	2731,521	P.
1	2731,358	36601,00	$1,5 s_4 - 6 p_6$	2731,357	P.
1	2724,765	36689,56	$1,5 s_4 - 6 p_3$	2724,766	P.
1	2713,76	36838,4			P.
1	2706,74	36933,9			P.

1) Mit Quarzspektrograph gemessen, λ mit 1 oder 2 Dezimalen, ν mit einer Dezimalen angegeben. Die Intensitäten angegeben, wie im Prismenspektrum gefunden.

Int.	beobachtet		Kombination	$\lambda_{\text{Luft}} \text{ ber.}$	Beob.
	λ_{Luft}	ν			
0,5	2704,32	36967,0	$1,5 s_5 - 6 p_{10}$	2704,276	P.
1	2702,554	36991,07	$1,5 s_5 - 6 p_9$	2702,554	P.
0,5	2701,653	37003,40	$1,5 s_5 - 6 p_8$	2701,639	P.
0,5	2701,766	37001,86	$1,5 s_5 - 6 p_8$	2701,766	P.
0,5	2700,940	37014,28			P.
0,5	2700,681	37016,73	$1,5 s_5 - 6 p_7$	2700,714	P.
2	2700,555	37018,46	$1,5 s_5 - 6 p_6$	2700,555	P.
3	2686,75	37208,6			P.
1	2685,58	37224,9			P.
1	2685,33	37228,3			P.
0	2680,685	37292,83	$1,5 s_3 - 8 p_1$	2680,685	P.
0,5	2679,19	37313,7	$1,5 s_4 - 7 p_{10}$	2679,19	P.
0,5	2677,87	37332,0	$1,5 s_4 - 7 p_8$	2677,85	P.
3	2677,36	37339,1			P.
0	2677,020	37343,89	$1,5 s_4 - 7 p_7$	2677,02	P.
8	2675,64	37363,22	$1,5 s_4 - 6 p_5$	2675,65	P.
8	2675,24	37368,75	$1,5 s_4 - 6 p_4$	2675,239	P.
1,5	2669,36	37451,1			P.
1	2669,13	37454,3	$\{1,5 s_4 - 7 p_3\}$ $\{1,5 s_4 - 6 p_1\}$	2669,134	P.
0,5	2667,84	37472,4			P.
2	2663,28	37536,5			P.
3	2657,52	37617,8	$1,5 s_2 - 9 p_1$	2657,52	P.
6	2651,01	37710,3			P.
4	2648,56	37745,2	$1,5 s_5 - 7 p_9$	2648,56	P.
3	2648,21	37750,18	$1,5 s_5 - 7 p_8$	2648,23	P.
2	2647,76	37756,6	$1,5 s_5 - 7 p_5$	2647,87	P.
8	2647,42	37731,39	$1,5 s_5 - 7 p_7^{(u)}$	2647,422	P.
-3	2646,19	37778,9	$1,5 s_5 - 6 p_5$	2646,08	P.
5	2645,79	37786,01	$1,5 s_5 - 6 p_4$	2645,68	P.
6	2645,51	37788,7			P.
1,5	2644,16	37807,9	$1,5 s_2 - 10 p_1$	2644,16	P.
2	2642,47	37832,18	$1,5 s_4 - 8 p_7$	2642,47	P.
3	2639,97	37868,0	$1,5 s_4 - 8 p_3$	2639,96	P.
4	2635,98	37925,3	$1,5 s_2 - 11 p_1$	2635,98	P.
3	2622,90	38114,4	$1,5 s_4 - 7 p_5$	2622,90	P.
2	2621,10	38140,5			P.
1	2619,77	38159,8			P.
1,5	2619,02	38170,8			P.
4	2616,62	38205,8	$1,5 s_4 - 7 p_1$	2616,62	P.
1,5	2614,26	38240,4	$1,5 s_5 - 8 p_6$	2614,26	P.
0,5	2613,94	38245,0	$1,5 s_5 - 8 p_5$	2613,94	P.
			$1,5 s_2 - 8 p_5$	2613,82	P.
4,5	2613,59	38250,2	$1,5 s_5 - 8 p_7^{(u)}$	2613,63	P.
6	2595,21	38521,0			P.
0,5	2594,56	38530,7	$1,5 s_2 - 7 p_5$	2594,48	P.
1	2591,15	38581,4	$1,5 s_5 - 9 p_9$	2591,15	P.
2,5	2590,67	38588,64	$1,5 s_5 - 9 p_7^{(u)}$	2590,68	P.
0,5	2589,48	38606,2	$1,5 s_4 - 8 p_3$	2589,48	P.
2	2574,55	38830,1	$1,5 s_5 - 10 p_7^{(u)}$	2574,55	P.
2	2561,79	39023,6	$1,5 s_5 - 8 p_5$	2561,79	P.
0	2553,77	39146,0			P.
0	2550,55	39195,5			P.

Die Serien des Neonspektrums. I. Nebenserien: $2p_n - m d_n$.

	$2p_n - m d_1'$	$2p_n - m d_1'$	$2p_n - m d_1'$	$2p_n - m d_1'$	Mittel $m d_1'$	beob.—ber. $\Delta (m d_1')$
$2p_n - 3d_1'$ $3d_1'$	(2) 10842,68 12228,262	(4) 11385,57 12228,016	(1) 11877,11 12228,119	(7) 12044,39 12228,021	12228,051	$3d_1' + 0,411$
$2p_n - 4d_1'$ $4d_1'$	(5) 16190,15 6880,792	(10) 16732,77 6880,816	(7) 17224,42 6880,809	(10) 17391,96 6880,751	6880,789	$4d_1' - 0,085$
$2p_n - 5d_1'$ $5d_1'$	(8) 18668,33 4402,612	(8) 19211,02 4402,566	(1) 19702,58 ? 4402,649 ?	(9) 19869,89 4402,521	4402,564	$5d_1' + 0,015$
$2p_n - 6d_1'$ $6d_1'$	(7 u r) 20014,74 3056,202	(6) 20557,38 3056,206	—	(10) 21216,21 3056,201	3056,202	$6d_1' - 0,036$
$2p_n - 7d_1'$ $7d_1'$	(5) 20827,02 2243,922	(8) 21366,71 2243,876	Weitere Glieder den stärkeren	(8) 22028,46 2243,951	2243,920	$7d_1' - 0,753$
$2p_n - 8d_1'$ $8d_1'$	(2,5) 21352,74 1718,220	(4,5) 21895,37 1718,216	Linien $2p_n - m d_1''$ zu nahe,	(2,5) 22554,17 1718,241	1718,220	$8d_1' + 0,115$
$2p_n - 9d_1'$ $9d_1'$	(2) 21713,72 1357,220	(4) 22256,36 1357,226		(3) 22915,20 1357,211	1357,220	$9d_1' + 0,018$
$2p_n - 10d_1'$ $10d_1'$	(0) 21971,59 ? 1099,352 ?	(2) 22514,38 1099,206		(0) 23173,24 1099,171	1099,190	$10d_1' + 0,070$
$2p_n - 11d_1'$ $11d_1'$	(0) 22162,54 908,402	(0) 22705,50 908,086		(1) 23364,19 908,221	908,108	$11d_1' - 0,045$
$2p_n - 12d_1'$ $12d_1'$		(0,5) 22850,74 762,846		(0,5) 23509,42 762,991	762,926	$12d_1' - 0,119$
$2p_n - 13d_1'$ $13d_1'$				(0) 23625,90 646,511	646,478	$13d_1' - 3,612$

$$\delta_1' = 4,545 \times 10^{-7}$$

$$d_1' = -0,010387$$

$$(m d_1') = N / [m + d_1' + \delta_1' (m d_1')]^2.$$

		$2 p_n - m d_1''$			
		$2 p_4 - m d_1''$	$2 p_5 - m d_1''$	$2 p_7 - m d_1''$	$2 p_8 - m d_1''$
$2 p_n - 3 d_1''$	(0)	10841,25	(2) 10927,49	(5) 11578,04	(7) 11875,41
$3 d_1''$		12229,692	12229,852	12229,807	12229,819
$2 p_n - 4 d_1''$	(4)	16189,09	(6) 16275,48	(6) 16925,99	(10) 17223,38
$4 d_1''$		6881,852	6881,862	6881,862	6881,849
$2 p_n - 5 d_1''$	(8)	18667,54	1)	(7) 19404,69	(5) 19702,08
$5 d_1''$		4403,402		4403,162	4403,140
$2 p_n - 6 d_1''$			(6) 20100,80	(8) 20751,23	(8) 21048,67
$6 d_1''$			3056,542	3056,622	3056,559
$2 p_n - 7 d_1''$			(8) 20913,16	(5) 21563,73	(6) 21861,05
$7 d_1''$			2244,182	2244,122	2244,179
$2 p_n - 8 d_1''$		Weitere			
$8 d_1''$		Glieder den	(3,5) 21438,99	(5) 22089,47	(4) 22386,87
$2 p_n - 9 d_1''$		stärkeren	1718,352	1718,382	1718,359
$9 d_1''$		Linien	(1,5) 21799,98	(2) 22450,56	(2) 22747,91
$2 p_n - 10 d_1''$			1357,362	1357,292	1357,319
$10 d_1''$		$2 p_4 - m d_1'$		(0,5) 22708,64	(0,5) 23005,97
$2 p_n - 11 d_1''$		zu nahe,		1099,212	1099,259
$11 d_1''$				(0) 22899,38	
$2 p_n - 12 d_1''$				908,472	
$12 d_1''$				(0,5) 23044,57	
				763,282	

$$(m d_1'') = N / [m + d_1'' + \delta_1'' (m d_1'')]^2.$$

1) 18754,210 verdeckt durch die stärkere Linie $2 p_{10} - 4 d_3$ 18753,72.

		$2 p_n - m d_2$				
		$2 p_1 - m d_2$	$2 p_2 - m d_2$	$2 p_3 - m d_2$	$2 p_4 - m d_2$	$2 p_5 - m d_2$
$2 p_n - 3 d_2$					(2) 10864,36	
$3 d_2$					12292,98	
$2 p_n - 4 d_2$	(1,5)	14056,4	(0,5) 15988,59	(6) 16109,532	(1) 16168,46	(6) 16254,86
$4 d_2$		6902,3	6902,401	6902,483	6902,482	6902,48
$2 p_n - 5 d_2$	(2)	16546,20	(1,5) 18478,75	(6) 18599,56	(2,5) 18658,42	(6) 18744,82
$5 d_2$		4412,518	4412,251	4412,455	4412,522	4412,522
$2 p_n - 6 d_2$	(1,5)	17897,23	(0) 19829,46	(4) 19950,51	(0,5) 20009,59	(4) 20095,87
$6 d_2$		3061,488	3061,541	3061,505	3061,352	3061,473
$2 p_n - 7 d_2$	(0)	18711,92 ? ¹⁾	(1,5) 20644,44	(4) 20765,48	(0) 20824,26	(3) 20910,79
$7 d_2$		2246,798 ?	2246,561	2246,535	2246,682	2246,653
$2 p_n - 8 d_2$			(1) 21170,87	(1) 21291,65		(2,5) 21437,05
$8 d_2$			1720,131	1720,365		1720,293
$2 p_n - 9 d_2$				(1) 21653,44		(0,5) 21798,71
$9 d_2$				1358,875		1358,833
$2 p_n - 10 d_2$				(0) 21911,92		(0) 22057,21
$10 d_2$				1100,095		1100,133

$$(m d_2) = N / [m + d_2 + \delta_2 (m d_2)]^2.$$

1) Messung gestört durch starke Linie 5343,295.

2) Zugleich die stärkere $2 p_5 - 5,5 a_2$. $r = 18709,84$.

$2 p_n - m d_1''$

$2 p_n - m d_1''$	$2 p_{10} - m d_1''$	Mittel $m d_1''$	beob.-ber. $\Delta (m d_1'')$
(1) 12042,61 12229,801		12229,816	3 d_1'' - 0,074
(7) 17390,56 6881,851	(0,5) 18789,81 6881,844	6881,853	4 d_1'' - 0,031
(0,5) 19869,32 4403,091	(1) 21268,53 4403,124	4403,132	5 d_1'' + 0,058
	(0) 22615,23 3056,424	3056,560	6 d_1'' + 0,013
Weitere Glieder den stärkeren Linien	(00) 23427,52 2244,134	2244,170	7 d_1'' - 0,700
		1718,368	8 d_1'' + 0,130
		1357,326	9 d_1'' + 0,031
$2 p_n - m d_1'$ zu nahe.		1099,246	10 d_1'' + 0,057
		908,489	11 d_1'' + 0,223
		763,290	12 d_1'' + 0,205

$$d_1'' = -0,010701. \quad \delta_1'' = 4,577 \times 10^{-7}.$$

 $2 p_n - m d_2$

$2 p_n - m d_2$	$2 p_7 - m d_2$	$2 p_8 - m d_2$	$2 p_{10} - m d_2$	Mittel $m d_2$	beob.-ber. $\Delta (m d_2)$
(0) 11320,90 12292,686	(3) 11515,01 12292,842	(3) 11812,30 12292,929	(4) 13378,85 12292,804	12292,853	3 d_2 - 0,002
(2) 16711,06 6902,526	(9) 16905,37 6902,482	(8) 17202,73 6902,499	(7) 18769,16 6902,494	6902,485	4 d_2 - 0,317
(1) 19201,17 4412,416	(6) 19395,41 4412,442	(5) 19692,81 4412,419	(7) 21259,22 4412,434	4412,438	5 d_2 - 0,001
(3) 20551,99 ^a 3061,596	(7) 20746,31 3061,542	(3) 21043,71 3061,519	(4) 22610,11 3061,544	3061,514	6 d_2 - 0,028
(0,5) 21367,01 2246,576	(5) 21561,35 2246,502	(4) 21858,70 2246,529	(1) 23425,11 2246,544	2246,577	7 d_2 - 1,277
(0) 21893,48 ? 1720,106	(4) 22087,50 1720,352	(1) 22384,90 1720,329	(0,5) 23951,29 1720,346	1720,345	8 d_2 + 0,179
(1) 22254,90 1358,686	(1) 22449,0 1358,652	(0) 22746,70 1358,529	(0) 24313,13 1358,524	1358,594	9 d_2 - 0,022
	(0) 22707,58 1100,272			1100,153	10 d_2 + 0,021

$$d_2 = -0,0146575. \quad \delta_2 = 1,5240 \times 10^{-7}.$$

	$2 p_n - m d_3$					$2 p_7 -$
	$2 p_2 - m d_3$	$2 p_4 - m d_3$	$2 p_5 - m d_3$	$2 p_6 - m d_3$	(3)	
$2 p_n - 3 d_3$					11291,26	(1) 1148
$3 d_3$					12322,326	1232
$2 p_n - 4 d_3$	(6) 15973,09	(5) 16153,03	(4) 16239,44	(8) 16695,43		(1) 1688
$4 d_3$	6917,911	6917,912	6917,902	6917,956		691
$2 p_n - 5 d_3$	(9) 18470,08	(5) 18650,06	(2,5) 18736,44	(7) 19192,69		(1) 1938
$5 d_3$	4420,921	4420,882	4420,902	4420,896		442
$2 p_n - 6 d_3$	(3) 19824,52	(2) 20004,50	(1,5) 20091,01	(6) 20547,13		(1) 2074
$6 d_3$	3066,464	3066,442	3066,332	3066,456		306
$2 p_n - 7 d_3$	(4) 20642,85	(0,5) 20822,85	(0,5) 20909,24	(7) 21365,52		(1) 2150
$7 d_3$	2248,151	2248,092	2248,102	2248,066		224
$2 p_n - 8 d_3$	(2) 21168,34	(0,5) 21348,26	(0,5) 21434,78	(3,5) 21890,90		(1) 2206
$8 d_3$	1722,661	1722,682	1722,562	1722,686		172
$2 p_n - 9 d_3$	(1) 21530,93	(0) 21710,83	(0) 21797,39?	(3) 22253,52		(1) 2242
$9 d_3$	1360,071	1360,112	1359,852?	1360,066		136
$2 p_n - 10 d_3$				(0,5) 22512,09		
$10 d_3$				1101,496		
$2 p_n - 11 d_3$						
$11 d_3$						
$2 p_n - 12 d_3$						
$12 d_3$						
$2 p_n - 13 d_3$						
$13 d_3$						

$$(m d_3) = N / [m + d_3 + \delta_3 (m d_3)]^2.$$

1) Zugleich $2 p_5 - 7,5 s_2$ 22084,89.

	$2 p_n - m d_4$					$2 p_8$
	$2 p_4 - m d_4$	$2 p_5 - m d_4$	$2 p_7 - m d_4$	$2 p_8 - m d_4$		
$2 p_n - 3 d_4$	(0) 10733,59	(3) 11276,30		(7) 11767,90		(1) 1188
$3 d_4$	12337,352	12337,286		12337,326		123
$2 p_n - 4 d_4$	(4) 16142,59	(7) 16685,21	(4) 16879,49	(10) 17176,85		(1) 1724
$4 d_4$	6928,352	6928,376	6928,362	6928,376		692
$2 p_n - 5 d_4$	(4) 18643,71	(6) 19186,42	(0,5) 19380,75	(8) 19678,10		(1) 1974
$5 d_4$	4427,232	4427,166	4427,102	4427,129		442
$2 p_n - 6 d_4$	(1,5) 20000,42	(5,5) 20543,02		(10) 21034,68		(3) 2104
$6 d_4$	3070,522	3070,566		3070,549		307
$2 p_n - 7 d_4$	(1,5) 20817,27	(6) 21359,88		(8) 21851,50		
$7 d_4$	2253,672	2253,706		2253,729		
$2 p_n - 8 d_4$	(1) 21346,78	(2) 21889,41		(5) 22381,06		
$8 d_4$	1724,162	1724,176		1724,160		
$2 p_n - 9 d_4$	(1) 21709,75 ¹⁾	(2) 22252,15		(4) 22743,80		
$9 d_4$	1361,192?	1361,436		1361,429		
$2 p_n - 10 d_4$	(0) 21968,78	(0) 22511,70		(2) 23003,00		
$10 d_4$	1102,162	1101,886		1102,220		
$2 p_n - 11 d_4$				(0,5) 23194,63		
$11 d_4$				910,590		
$2 p_n - 12 d_4$				(1,5) 23340,24		
$12 d_4$				764,900		
$2 p_n - 13 d_4$				(0,5) 23453,90		
$13 d_4$				651,200		

$$(m d_4) = N / [m + d_4 + \delta_4 (m d_4)]^2.$$

1) Messung betrifft die stärkere koinzidierende Linie $2 p_8 - 8,5 s_2$.

$2 p_n - m d_3$

$2 p_7 - m d_3$	$2 p_8 - m d_3$	$2 p_9 - m d_3$	$2 p_{10} - m d_3$	Mittel $m d_3$	beob.-ber. $\Delta (m d_3)$
(1) 11485,61 12322,242	(2) 11782,94 12322,289	(2) 11950,10 12322,311	(9) 13349,49 12322,164	12322,259	3 d_3 - 0,020
(2) 16889,95 6917,902	(6) 17187,27 6917,959	(7) 17354,53 6917,881	(12) 18753,72 6917,934	6917,919	4 d_3 - 0,023
(3) 19386,99 4420,862	(3) 19684,35 4420,879	(5) 19851,54 4420,871	(15) 21250,77 4420,884	4420,888	5 d_3 + 0,042
(4) 20741,36 3066,492	(3) 21038,77 3066,459	(5) 21205,96 3066,451	(8) 22605,20 3066,454	3066,464	6 d_3 - 0,142
(4) 21559,74 2248,112	(3) 21857,08 2248,449	(4) 22024,30 2248,111	(5) 23423,54 2248,114	2248,114	7 d_3 - 3,003
(2) 22085,03 ¹⁾ 1722,822	(0,5) 22382,60 1722,629	(1,5) 22549,74 1722,671	(5) 23948,98 1722,674	1722,661	8 d_3 + 0,275
(0) 22447,81 1360,042	(0) 22745,17 1360,059	(0,5) 22912,34 1360,071	(2) 24311,63 1360,024	1360,060	9 d_3 - 0,129
			(3) 24570,07 1101,584	1101,547	10 d_3 + 0,259
			(1) 24762,27 909,384	909,370	11 d_3 - 0,468
			(0) 24907,32 764,334	764,337	12 d_3 + 0,043
			(0) 25022,35 649,304	649,298	13 d_3 - 1,771

$$d_3 = -0,020055. \quad \delta_3 = 3,0040 \times 10^{-7}.$$

 $2 p_n - m d_4$

$2 p_9 - m d_4$	Mittel $m d_4$	beob.-ber. $\Delta (m d_4)$	$2 p_9 - m d_4'$
(1) 11934,95 12337,461	12337,323	3 d_4 + 0,003	(7) 11933,26 12339,151
(1) 17344,06 6928,351	6928,369	4 d_4 - 0,022	(15) 17342,95 6929,461
(1) 19845,28 4427,131	4427,148	5 d_4 + 0,008	(10) 19844,64 4427,771
(3) 21201,87 3070,541	3070,547	6 d_4 + 0,003	(15) 21201,45 3070,961
	2253,703	7 d_4 - 0,005	(10) 22018,40 2254,011
	1724,170	8 d_4 + 0,002	(5) 22548,07 1724,341
	1361,431	9 d_4 - 0,034	(5) 22910,84 1361,571
	1102,214	10 d_4 - 0,016	(3) 23170,10 1102,311
	910,56	11 d_4 + 0,007	(2) 23361,85 910,561
	764,96	12 d_4 + 0,113	(0,5) 23507,45 764,961
	651,29	13 d_4 - 0,217	(0) 23621,04 651,371

$$d_4 = -0,02456211. \quad \delta_4 = +5,179363 \times 10^{-7}.$$

	$2 p_n - m d_s$	$2 p_4 - m d_s$	$2 p_3 - m d_s$	$2 p_2 - m d_s$	$2 p_1 - m d_s$	$2 p_0 - m d_s$	$2 p_{10} - m d_s$	Mittel $m d_s$	beob.-ber. $\Delta (m d_s)$
$2 p_n - 3 d_s$									
$3 d_s$									
$2 p_n - 4 d_s$	(5) 15936,87	(4) 16057,90		(2) 16116,82	(1) 11208,39	(1) 17700,00	(8) 13266,36	12405,233	$3 d_s + 1,207$
$4 d_s$	6954,131	6954,115		6954,122	12405,196	12405,229	12405,204		
$2 p_n - 5 d_s$	(8) 18449,97	(4) 18570,95		(4) 18629,90	(6) 16659,41	(7) 17151,11	(20) 18717,54	6954,126	$4 d_s - 0,808$
$5 d_s$	4441,031	4441,065		4441,042	6954,176	6954,119	6954,114		
$2 p_n - 6 d_s$	(3) 19812,87	(0,5) 19933,88		(5) 19992,84	(5) 19172,55	(4) 19684,20	(12) 21230,64	4441,035	$5 d_s + 0,707$
$6 d_s$	3078,131	3078,135		3078,102	4441,036	4441,009	4441,009		
$2 p_n - 7 d_s$	(2) 20633,46	(0) 20754,45		(0) 20813,53	(5) 20535,46	(6) 21027,09	(8) 22593,50	3078,128	$6 d_s + 0,082$
$7 d_s$	2257,541	2257,565		2257,412	3078,126	3078,139	3078,154		
$2 p_n - 8 d_s$	(2,5) 21163,43	(1) 21284,48		(0,5) 21343,37	(4) 21356,06	(2,5) 21847,70	(5) 23414,14	2257,525	$7 d_s - 0,857$
$8 d_s$	1727,571	1727,535		1727,572	2257,526	2257,529	2257,514		
$2 p_n - 9 d_s$	(0,5) 21527,45	(0) 21648,41 ?			(1,5) 21886,03	(0) 22377,65	(4,5) 23944,08	1727,573	$8 d_s + 0,297$
$9 d_s$	1363,551	1363,605			1727,556	1727,579	1727,574		
					(1) 22250,07	(0) 22741,70	(2) 24308,11	1363,532	$9 d_s - 0,105$
					1363,516	1363,529	1363,544		
							(3) 24567,67	1103,978	$10 d_s + 0,171$
							1103,984		
							(2) 24760,11	911,541	$11 d_s - 0,193$
							911,544		
							(0,5) 24905,81	765,843	$12 d_s + 0,088$
							765,844		
							(0) 25019,71	651,944	$13 d_s - 0,276$
							651,944		

$$\delta_s = 4,352 \times 10^{-7}.$$

$$d_s = -0,031600.$$

$$(m d_s) = N / [m + d_s + \delta_s (m d_s)]^2.$$

$2p_n - 3d_e$	$2p_n - m d_e$	$2p_n - m d_e$	$2p_1 - m d_e$	$2p_{10} - m d_e$	Mittel $m d_e$	beob. — ber. $\Delta (m d_e)$
$2p_n - 3d_e$	(0) 10737,44 12419,902	(1) 11387,98 12419,872	(6) 13251,77 12419,884	3 d_e	12419,875	+ 0,323
$2p_n - 4d_e$	(2) 16195,56 6961,791	(7) 16846,05 6961,802	(12) 18709,84 6961,814	4 d_e	6961,797	- 2,338
$2p_n - 5d_e$	(6) 18444,53 4446,471	(2,5) 19361,41 4446,442	(10) 21225,22 4446,434	5 d_e	4446,443	+ 0,791
$2p_n - 6d_e$	(1) 19809,77 3081,231	(4) 20726,61 3081,242	(7) 22590,40 3081,254	6 d_e	3081,236	- 0,081
$2p_n - 7d_e$	(1) 20630,81 2260,191	(0,5) 20807,07 2260,272	(3) 21547,59 2260,262	7 d_e	2260,272	- 0,240
$2p_n - 8d_e$	(1) 21161,86 1729,141	(0) 21428,43 1728,912	(0) 22078,75 1729,102	8 d_e	1729,075	+ 0,342
$2p_n - 9d_e$	(0,5) 21526,44 1364,561	(1,5) 24307,10 1364,554	(3,5) 23942,56 1729,094	9 d_e	1364,545	- 0,128
$2p_n - 10d_e$	10 d_e	(1) 24566,79 1104,864	(1) 24759,62 912,034	10 d_e	1104,860	+ 0,280
$2p_n - 11d_e$	11 d_e			11 d_e	912,032	- 0,279

$$(m d_e) = N / [m + d_e + \delta_e (m d_e)]^2.$$

$$d_e = -0,035200.$$

$$\delta_e = 5,749 \times 10^{-7}.$$

1) 18710,90 gestört durch Koinzidenz mit (12) 18709,84.

II. Nebenserien

	$2 p_n - m s_1'$				
	$2 p_1 - m s_1'$	$2 p_2 - m s_1'$	$2 p_3 - m s_1'$	$2 p_4 - m s_1'$	$2 p_5 - m s_1'$
$2 p_n - 2,5 s_1'$		(2) 11397,24	(3) 11518,23	1)	(2) 11663,67
$2,5 s_1'$		11493,761	11493,785		11493,672
$2 p_n - 3,5 s_1'$	(5) 14836,98	(7) 16769,30	(9) 16890,31	(3,5) 16949,03	(7) 17035,65
$3,5 s_1'$	6121,738	6121,701	6121,705	6121,912	6121,692
$2 p_n - 4,5 s_1'$	(6) 17325,29	(5) 19257,53	(6) 19378,61	(1,5) 19437,49	(4) 19523,88
$4,5 s_1'$	3633,428	3633,471	3633,405	3633,452	3633,462
$2 p_n - 5,5 s_1'$	(1,5) 18674,13	(4,5) 20606,43	(6) 20727,45	(1,5) 20786,37	(6) 20872,74
$5,5 s_1'$	2284,588	2284,571	2284,565	2284,572	2284,602
$2 p_n - 6,5 s_1'$	(0) 19490,35	(4) 21422,63	(3) 21543,64	(0,5) 21602,50	(3) 21688,89
$6,5 s_1'$	1468,368	1468,371	1468,375	1468,442	1468,452
$2 p_n - 7,5 s_1'$		(1,5) 21950,56	(3) 22071,42		(1) 22216,76
$7,5 s_1'$		940,441	940,595		940,582
$2 p_n - 8,5 s_1'$			(0) 22433,45		(3) 22578,47?
$8,5 s_1'$			578,565		578,872?
$2 p_n - 9,5 s_1'$			(0,5) 22692,11		
$9,5 s_1'$			319,905		

$$(m s_1') = N / (m + s_1' + s_1' e^{4/m^2} + c e^{m/2})^2.$$

1) 11 577,165 neben der stärkeren $2 p_7 - 3 d_1''$ 11 578,03 nicht beob.

2) Berechnet aus Serienformel (unsicher).

	$2 p_n - m s_1''$			
	$2 p_3 - m s_1''$	$2 p_4 - m s_1''$	$2 p_5 - m s_1''$	$2 p_6 - m s_1''$
$2 p_n - 2,5 s_1''$	(4) 11381,48	(2) 11561,48	(1) 11647,91	(4) 12104,10
$2,5 s_1''$	11509,521	11509,462	11509,432	11509,486
$2 p_n - 3,5 s_1''$	(10) 16758,58	(1) 16938,43	(7) 17024,83	(8) 17481,03
$3,5 s_1''$	6132,421	6132,512	6132,512	6132,556
$2 p_n - 4,5 s_1''$	(4) 19250,89	(10) 19430,89	(8) 19517,23	
$4,5 s_1''$	3640,111	3640,052	3640,112	
$2 p_n - 5,5 s_1''$			(10) 20870,05	
$5,5 s_1''$			2287,292	
$2 p_n - 6,5 s_1''$			(7) 21686,32	
$6,5 s_1''$			1471,022	
$2 p_n - 7,5 s_1''$			(4) 22215,01	
$7,5 s_1''$			942,332	
$2 p_n - 8,5 s_1''$			(2) 22577,32	
$8,5 s_1''$			580,022	
$2 p_n - 9,5 s_1''$			(0,5) 22836,35	
$9,5 s_1''$			320,992	

Serienformel nicht berechnet,

$$2 p_n - m s_n.$$

$$2 p_n - m s_1'.$$

$2 p_6 - m s_1'$	$2 p_7 - m s_1'$	$2 p_8 - m s_1'$	$2 p_{10} - m s_1'$	Mittel $m s_1'$	beob.—ber. $\Delta (m s_1')$
(0) 12119,66 11493,926	(5) 12314,08 11493,772	(2) 12611,49 11493,739	(5) 14177,89 11493,764	(24413,05) ²⁾ 11493,777	1,5 s_1' 2,5 s_1' +0,008
(5) 17491,92 6121,666	(7) 17686,16 6121,692	(5) 17983,56 6121,669	(7) 19550,00 6121,690	6121,687	3,5 s_1' +0,003
(0,5) 19980,20 3633,386	(7) 20174,45 3633,402	(2) 20471,82 3633,409	(7) 22038,16 3633,494	3633,432	4,5 s_1' -4,088
	(3,5) 21523,28 2284,572		(4) 23387,13 2284,524	2284,565	5,5 s_1' -3,615
	(1) 22339,45 1468,402		(2,5) 24203,26 1468,394	1468,399	6,5 s_1' -1,272
	(0,5) 22867,47 940,382		(1,5) 24731,25 940,404	940,428	7,5 s_1' +3,531
	(0) 23229,32 578,532		(0,5) 25092,90 578,754	578,638	8,5 s_1' +0,002
				319,942	9,5 s_1' -19,337

$$s_1' = 0,2826231.$$

$$s_1' = 0,0317005.$$

$$c = 0,07064337.$$

$$2 p_n - m s_1''.$$

$2 p_7 - m s_1''$	$2 p_8 - m s_1''$	$2 p_9 - m s_1''$	$2 p_{10} - m s_1''$	Mittel $m s_1''$
(3) 12298,33 11509,522	(3) 12595,74 11509,489	(1) 12762,78 11509,631	(7,5) 14162,18 11509,474	11509,498 2,5 s_1''
(7) 17675,34 6132,512	(8) 17972,69 6132,539	(1) 18139,90 6132,511	(8) 19539,18 6132,474	6132,505 3,5 s_1''
(10) 20167,74 3640,112			(8) 22031,51 3640,144	3640,106 4,5 s_1''
(8) 21520,5 2287,262	(2) 21817,92 2287,309		(0) 23384,33 2287,324	2287,288 5,5 s_1''
(6) 22336,87 1470,982				1471,002 6,5 s_1''
(3) 22865,59 942,262				942,297 7,5 s_1''
(1) 23227,91 579,942				579,982 8,5 s_1''
(0,5) 23486,89 320,962				320,977 9,5 s_1''

ähnlich der von ($m s_1'''$).

	$2 p_n - m s_1'''$	$2 p_n - m s_1'''$	
$2 p_n - 2,5 s_1'''$	(6) 11551,67 11519,272	(3) 12094,29 11519,296	(8)
$2 p_n - 3,5 s_1'''$	(6) 16937,35 6133,592	(10) 17480,00 6133,586	(10)
$2 p_n - 4,5 s_1'''$	(10) 19431,190 3639,752	(10) 19973,85 3639,736	(10)
$2 p_n - 5,5 s_1'''$	(7) 20783,93 2287,012	(6) 21326,62 2286,966	(7)
$2 p_n - 6,5 s_1'''$	(7) 21600,17 1470,772	(5) 22142,73 1470,856	(4)
$2 p_n - 7,5 s_1'''$	(6) 22128,75 942,192	(2,5) 22671,33 942,256	(2)
$2 p_n - 8,5 s_1'''$	(3) 22490,99 579,952	(0,5) 23033,65 579,936	(0,5)
$2 p_n - 9,5 s_1'''$	(2) 22750,00 320,942	(0,5) 23292,75 320,836	(0,5)

Serienformel nicht berechnet,

	$2 p_n - m s_1'''$	$2 p_n - m s_1'''$	$2 p_n - m s_1'''$	$2 p_n - m s_1'''$	
$2 p_n - 2,5 s_1'''$	(1) 11550,14 11520,802	(6) 11636,53 11520,812	(1) 12092,75 11520,836		(7)
$2 p_n - 3,5 s_1'''$	(5) 16756,52 6134,481	(1,5) 16936,44 6134,502	(10) 17022,88 6134,462	(7) 17479,10 6134,486	(10)
$2 p_n - 4,5 s_1'''$	(8) 19250,49 3640,511	(5) 19430,47 3640,472	(5) 19516,89 3640,452	(6) 19973,13 3640,456	(7)
$2 p_n - 5,5 s_1'''$	(6) 20601,53 2289,471	(6) 20781,48 2289,462	(3) 20867,83 2289,512	(0,5) 21324,22 2289,366	(0)
$2 p_n - 6,5 s_1'''$	(6) 21419,42 1471,581	(3) 21599,42 1471,522		(0,5) 22142,08 1471,506	
$2 p_n - 7,5 s_1'''$	(3,5) 21948,60 942,401				
$2 p_n - 8,5 s_1'''$	(2) 22311,07 579,931	(3) 22490,99 579,952	(2) 22577,32 580,022	(0,5) 23033,65 579,936	(1)
$2 p_n - 9,5 s_1'''$	(0) 22570,04 320,961	(2) 22750,00 320,942	(0,5) 22836,35 320,992	(0,5) 23292,75 320,836	(0,5)

$$(m s_1''') = N / (m + s_1''' + \sigma_1''' e^{4/m^2} + c e^{m/2})^2.$$

1) Berechnet aus Serienformel (unsicher).

$2 p_n - m s_1'''$		Mittel $m s_1'''$	
$2 p_8 - m s_1'''$	$2 p_9 - m s_1'''$		
(8) 12585,93 11519,299	(2) 12753,24 11519,171	11519,257	2,5 s_1'''
(10) 17971,68 6133,549	(3) 18138,89 6133,521	6133,562	3,5 s_1'''
(10) 20465,46 3639,769		3639,752	4,5 s_1'''
(7) 21818,18 2287,009	(1) 21985,31 2287,101	2287,022	5,5 s_1'''
(4) 22634,39 1470,839		1470,822	6,5 s_1'''
(2) 23163,05 942,179		942,209	7,5 s_1'''
(0,5) 23525,35 579,879		579,922	8,5 s_1'''
(0,5) 23784,30 320,919		320,899	9,5 s_1'''

stimmt mit ($m s_1''''$) fast überein.

$2 p_n - m s_1''''$		Mittel $m s_1''''$		beob.—ber. $\Delta (m s_1''''')$
$2 p_7 - m s_1''''$	$2 p_8 - m s_1''''$	$2 p_{10} - m s_1''''$		
(7) 12287,03 11520,822		(0,5) 14150,94 11520,714	(24417,12) ¹⁾ 11520,818	1,5 s_1'''' 2,5 s_1'''' +0,012
(10) 17673,39 6134,462	(10) 17970,76 6134,469	(5) 19537,22 6134,434	6134,473	3,5 s_1'''' +0,010
(7) 20167,36 3640,492	(6) 20464,76 3640,469	(10) 22031,11 3640,544	3640,473	4,5 s_1'''' -3,910
(0) 21518,40 2289,452	(2) 21815,77 2289,459	(5) 23382,18 2289,474	2289,452	5,5 s_1'''' -2,871
		(5) 24200,08 1471,574	1471,550	6,5 s_1'''' -0,834
		(4) 24729,33 942,324	942,349	7,5 s_1'''' +3,569
(1) 23227,91 579,942	(0,5) 23525,35 579,879	(2) 25091,72 579,934	579,931	8,5 s_1'''' +0,002
(0,5) 23486,89 320,962	(0,5) 23784,30 320,919	(0,5) 25350,77 320,884	320,931	9,5 s_1'''' -19,214

$$s_1'''' = 0,2780533.$$

$$s_1'''' = 0,0325029.$$

$$c = 0,07047752.$$

						$2 p_n - m s_3$		
	$2 p_1 - m s_3$	$2 p_2 - m s_3$	$2 p_3 - m s_3$	$2 p_4 - m s_3$	$2 p_5 - m s_3$			$2 p_6$
$1,5 s_3 - 2 p_n$	(50) 17082,015	(15) 15149,733	(9) 15028,71	(7) 14969,792	(2) 14883,394			(10) 3
$1,5 s_3$	38040,733	38040,734	38040,725	38040,734	38040,736			
$2 p_n - 3,5 s_3$	(3) 13685,81	(6) 15618,05	(6) 15739,03	(8) 15797,98	(6) 15884,34			(2) 1
$3,5 s_3$	7272,908	7272,951	7272,985	7272,962	7273,002			
$2 p_n - 4,5 s_3$	(5) 16756,52	(8) 18689,15	(4,5) 18810,21	(8) 18869,08	(5,5) 18955,51			(5) 1
$4,5 s_3$	4202,198	4201,851	4201,805	4201,862	4201,832			
$2 p_n - 5,5 s_3$	(2) 18353,22	(5) 20285,61	(4) 20406,58	(10) 20465,46	(3) 20551,99 ³⁾			(7) 2
$5,5 s_3$	2605,498	2605,391	2605,435	2605,482	2605,352			
$2 p_n - 6,5 s_3$	(0,5) 19291,01	(3) 21223,33	(3) 21344,37	(5) 21403,29	(3) 21489,65			(3) 2
$6,5 s_3$	1667,708	1667,671	1667,645	1667,652	1667,692			
$2 p_n - 7,5 s_3$		1)	(0,5) 21939,57	(4) 21998,45	(2) 22085,03 ⁴⁾			(1) 2
$7,5 s_3$			1072,445	1072,492	1072,372			
$2 p_n - 8,5 s_3$		(0,5) 22220,93		(0,5) 22400,89	(0) 22487,49			(0,5) 2
$8,5 s_3$		670,071		670,052	669,852			
$2 p_n - 9,5 s_3$		(3) 22490,99 ³⁾						
$9,5 s_3$		400,011						

1) $2 p_n - 7,5 s_3$ 21818,55 ist neben der starken $2 p_3 - 5,5 s_1'''$ 21818,18 nicht gemessen.

2) Zugleich $2 p_4 - 8,5 s_1''''$.

3) Zugleich die schwache $2 p_3 - 6 d_3$.

4) Von $2 p_7 - 8 d_3$ 22085,191 nicht getrennt.

5) Berechnet nach der Serienformel.

					$2 p_n - m s_3$		
	$2 p_2 - m s_3$	$2 p_3 - m s_3$	$2 p_7 - m s_3$				$2 p_8$
$1,5 s_3 - 2 p_n$	(12) 16219,807	(15) 15953,469	(6) 15302,951				(8)
$1,5 s_3$	39110,808	39110,811	39110,803				
$2 p_n - 3,5 s_3$	(6) 15567,87	(7) 15834,21	(4) 16484,69				(8)
$3,5 s_3$	7323,131	7323,132	7323,162				
$2 p_n - 4,5 s_3$	(8) 18667,54	(6) 18933,87	(5) 19584,38				(7)
$4,5 s_3$	4223,461	4223,472	4223,472				
$2 p_n - 5,5 s_3$	(4) 20274,44	(5) 20540,78	(5) 21191,26				(4)
$5,5 s_3$	2616,561	2616,562	2616,592				
$2 p_n - 6,5 s_3$	(10) 21215,87	(4) 21482,27	(4) 22132,70				(3)
$6,5 s_3$	1675,131	1675,072	1675,152				
$2 p_n - 7,5 s_3$	(1) 21813,75	(2) 22079,96	(1) 22730,53				(2)
$7,5 s_3$	1077,251	1077,382	1077,322				
$2 p_n - 8,5 s_3$	(1) 22216,76	(0) 22483,10	(0,5) 23133,66				(0)
$8,5 s_3$	674,241	674,242	674,192				
$2 p_n - 9,5 s_3$	(0) 22487,49						
$9,5 s_3$	403,511						

$$(m s_3) = N / (m + s_3 + \sigma_3 e^{4/m^2} + c e^{m/2})^2.$$

1) Berechnet nach der Serienformel.

$2 p_n - m s_2$				Mittel $m s_2$	beob.—ber. $\Delta (m s_2)$	
$2 p_6 - m s_2$	$2 p_7 - m s_2$	$2 p_8 - m s_2$	$2 p_{10} - m s_2$			
(10) 14427,146 38040,732	(9) 14232,884 38040,736	(10) 13935,496 38040,725	(8) 12369,060 38040,754	38040,731	$1,5 s_2$	+ 15,011
				(14506,53) ⁵⁾	$2,5 s_2$	
(2) 16340,61 7272,976	(4) 16534,85 7273,002	(6) 16832,28 7272,949	(9) 18398,71 7272,944	7272,964	$3,5 s_2$	- 0,482
(5) 19411,77 4201,816	(4) 19606,06 4201,792	(4) 19903,47 4201,759	(8) 21469,89 4201,764	4201,806	$4,5 s_2$	- 0,433
(7) 21008,16 2605,426	(3) 21202,37 2605,482	(5) 21499,81 2605,419	(5) 23066,26 2605,394	2605,422	$5,5 s_2$	+ 4,609
(3) 21945,86 1667,726	(3) 22140,17 1667,682	(2) 22437,55 1667,679	(4) 24003,99 1667,664	1667,672	$6,5 s_2$	- 4,355
(1) 22541,12 1072,466	(0) 22735,49 1072,362	(0,5) 23032,77 1072,459	(4) 24599,15 1072,504	1072,452	$7,5 s_2$	+ 0,746
(0,5) 22943,55 670,036			(0) 25001,73 669,924	670,006	$8,5 s_2$	- 0,085
				400,011	$9,5 s_2$	+ 0,027

$$(m s_2) = N / (m + s_2 + \sigma_2 e^{4/m^2} + c e^{m/2})^2.$$

$$s_2 = 0,022434.$$

$$\sigma_2 = 0,007989809.$$

$$c = 0,06081843.$$

$2 p_n - m s_3$		Mittel $m s_3$	beob.—ber. $\Delta (m s_3)$	
$2 p_{10} - m s_3$				
(8) 13439,163 39110,817	39110,808	$1,5 s_3$	+ 0,002	
	(14651,88) ¹⁾	$2,5 s_3$		
(8) 18348,52 7323,134	7323,132	$3,5 s_3$	+ 0,012	
(7) 21448,19 4223,464	4223,467	$4,5 s_3$	- 2,194	
(4) 23055,07 2616,584	2616,576	$5,5 s_3$	- 6,649	
(3) 23996,56 1675,094	1675,101	$6,5 s_3$	- 5,251	
(2) 24594,35 1077,304	1077,331	$7,5 s_3$	+ 0,008	
(0) 24997,55 674,104	674,195	$8,5 s_3$	+ 0,222	
	403,51	$9,5 s_3$	+ 0,89	

$$s_3 = 0,0150861.$$

$$\sigma_3 = 0,00535755.$$

$$c = 0,06043645.$$

	$2 p_n - m s_4$						
	$2 p_1 - m s_4$	$2 p_2 - m s_4$	$2 p_3 - m s_4$	$2 p_4 - m s_4$	$2 p_5 - m s_4$	$2 p_6 - m s_4$	
$1,5 s_4 - 2 p_n$ $1,5 s_4$	(50) 18511,46 39470,178	(10) 16579,155 39470,156	(10) 16458,146 39470,161	(8) 16399,220 39470,162	(6) 16312,818 39470,160	(6) 15940,155 39470,155	(6) 15940,155 39470,155
$2 p_n - 3,5 s_4$ $3,5 s_4$	(6) 12942,05 8016,668	(0,5) 14874,31 8016,691	(6) 14995,35 8015,665		(6) 15140,65 8016,692	(7) 15540,65 8016,692	(7) 15540,65 8016,692
$2 p_n - 4,5 s_4$ $4,5 s_4$	(1) 15996,62 4962,098	(5) 17928,87 4962,131	(6) 18049,95 4962,065		(6) 18195,27 4962,072	(8) 18649,27 4962,072	(8) 18649,27 4962,072
$2 p_n - 5,5 s_4$ $5,5 s_4$	(4) 17586,36 3372,358	(0,5) 19518,70 3372,301	(2) 19639,65 3372,365		(4) 19784,98 3372,362	(9) 20249,98 3372,362	(9) 20249,98 3372,362
$2 p_n - 6,5 s_4$ $6,5 s_4$		(1) 20451,02 2439,981	(2) 20572,05 2439,965		(4) 20717,33 2440,012	(5) 21147,33 2440,012	(5) 21147,33 2440,012
$2 p_n - 7,5 s_4$ $7,5 s_4$			(2,5) 21163,43 1848,586		(2) 21308,82 1848,522	(4) 21709,75 1447,592	(4) 21709,75 1447,592
					(1) 21709,75 1447,592	(0) 21992,51 1164,832	(0) 21992,51 1164,832

$$(m s_4) = N / [m + s_4 + s_4 (m s_4)]^2.$$

1) Aus Serienformel berechnet.

	$2 p_n - m s_5$						
	$2 p_2 - m s_5$	$2 p_4 - m s_5$	$2 p_5 - m s_5$	$2 p_6 - m s_5$	$2 p_7 - m s_5$	$2 p_8 - m s_5$	
$1,5 s_5 - 2 p_n$ $1,5 s_5$	(8) 16996,604 39887,605	(9) 16816,666 39887,608	(12) 16730,268 39887,610	(12) 16274,022 39887,608	(15) 16079,755 39887,607	(9) 15740,155 39887,607	(9) 15740,155 39887,607
$2 p_n - 3,5 s_5$ $3,5 s_5$	(2) 14789,72 8101,281	(9) 14969,792 ¹⁾ 8101,150 ¹⁾	(1,5) 15056,05 8101,292	(7) 15512,28 8101,306	(6) 15706,55 8101,302	(8) 16049,27 8101,302	(8) 16049,27 8101,302
$2 p_n - 4,5 s_5$ $4,5 s_5$	(6) 17886,11 5004,891	(7) 18066,14 5004,802	(4) 18152,55 5004,792	(7) 18608,77 5004,816	(4) 18803,05 5004,802	(6) 19149,27 5004,802	(6) 19149,27 5004,802
$2 p_n - 5,5 s_5$ $5,5 s_5$	(1,5) 19494,29 3396,711	(3) 19674,30 3396,642	(0,5) 19760,66 3396,682	(6) 20216,88 3396,706	(5) 20411,11 3396,742	(8) 20749,98 3396,742	(8) 20749,98 3396,742
$2 p_n - 6,5 s_5$ $6,5 s_5$	(1,5) 20434,88 2456,121	(3) 20614,80 2456,142	(1) 20701,20 2456,412	(5) 21157,46 2456,126	(2,5) 21351,75 2456,102	(6) 21649,27 2456,102	(6) 21649,27 2456,102
$2 p_n - 7,5 s_5$ $7,5 s_5$	(0) 21032,92 1858,081	(1,5) 21212,87 1858,072	(0) 21299,30 1858,042	(4) 21755,51 1858,076	(1) 21949,87 1857,982	(4) 22249,98 1857,982	(4) 22249,98 1857,982
$2 p_n - 8,5 s_5$ $8,5 s_5$		(0) 21616,90 1454,042		(2,5) 22159,32 1454,266	(0) 22353,86 1453,992	(2) 22649,98 1453,992	(2) 22649,98 1453,992
$2 p_n - 9,5 s_5$ $9,5 s_5$				(1) 22444,00 1169,614		(0,5) 22649,98 1169,614	(0,5) 22649,98 1169,614
$2 p_n - 10,5 s_5$ $10,5 s_5$				(0) 22652,69 960,896		(0) 22849,98 960,896	(0) 22849,98 960,896
$2 p_n - 11,5 s_5$ $11,5 s_5$							

$$(m s_5) = N / [m + s_5 + s_5 (m s_5)]^2.$$

1) Dies ist die starke Linie $1,5 s_5 - 2 p_4$, neben der diejenige $2 p_4 - 3,5 s_5$ 14969,651

$2 p_n - m s_4$				Mittel $m s_4$	beob.-ber. $\Delta (m s_4)$
$2 p_6 - m s_4$	$2 p_7 - m s_4$	$2 p_8 - m s_4$	$2 p_{10} - m s_4$		
(6) 15856,573 39470,159	(12) 15662,305 39470,157	(15) 15364,934 39470,163	(10) 13798,498 39470,152	39470,160 (15141,50) ¹⁾	1,5 s_4 - 0,29 2,5 s_4
(7) 15596,91 8016,676	(7) 15791,16 8016,692	(7) 16088,56 8016,669	(7) 17654,98 8016,674	8016,679	3,5 s_4 - 1,630
(8) 18651,45 4962,136	(7) 18845,73 4962,122	(6) 19143,14 4962,089	(10) 20709,55 4962,104	4962,103	4,5 s_4 + 0,066
(9) 20241,23 3372,356	(9) 20435,48 3372,372	(8) 20732,81 3372,419	(7) 22299,29 3372,364	3372,371	5,5 s_4 - 0,195
(5) 21173,62 2439,966	(4) 21367,92 2439,932	(6) 21665,23 2439,999	(3) 23231,74 2439,914	2439,967	6,5 s_4 - 0,518
(4) 21765,02 1848,566	(3) 21959,31 1848,542	(5,5) 22256,69 1848,539	(2) 23823,16 1848,494	1848,546	7,5 s_4 + 0,764
(2) 22165,91 1447,676	(1) 22360,23 1447,622	(2,5) 22657,63 1447,599	(0,5) 24224,20 1447,454	1447,593	8,5 s_4 + 0,100
(0,5) 22448,84 1164,746	(1) 22642,98 1164,872	(1) 22940,25 1164,979	(0,5) 24506,75 1164,904	1164,914	9,5 s_4 + 0,411
	(0,5) 22850,74 957,085	(1) 23147,89 957,339	(0) 24714,85 956,804	957,058	10,5 s_4 - 0,018
		(0,5) 23304,57 800,659		800,659	11,5 s_4 + 0,141

$$s_4 = +0,206777.$$

$$\sigma_4 = -1,00568 \times 10^{-4}.$$

$2 p_n - m s_5$				Mittel $m s_5$	beob.-ber. ($m s_5$)
$2 p_8 - m s_5$	$2 p_9 - m s_5$	$p_{10} - m s_5$			
(9) 15782,380 39887,609	(20) 15615,199 39887,610	(10) 14215,950 39887,604		39887,610 (15332,17) ²⁾	1,5 s_5 + 0,400 2,5 s_5
(6) 16003,94 8101,289	(7) 16171,09 8101,321	(8) 17570,41 8101,244		8101,291	3,5 s_5 - 0,379
(6) 19100,44 5004,789	(8) 19267,62 5004,791	(9) 20666,86 5004,794		5004,811	4,5 s_5 + 0,139
(8) 20708,48 3396,749	(12) 20875,68 3396,731	(8) 22274,94 3396,714		3396,713	5,5 s_5 - 0,024
(5) 21649,15 2456,079	(7) 21816,26 2456,151	(5) 23215,57 2456,084		2456,121	6,5 s_5 + 0,351
(4) 22247,14 1858,089	(6) 22414,36 1858,051	(5) 23813,60 1858,054		1858,065	7,5 s_5 + 0,128
(2) 22651,08 1454,149	(3) 22818,29 1454,121	(3) 24217,56 1454,094		1454,136	8,5 s_5 - 0,441
(0,5) 22935,57 1169,649	(1,5) 23102,79 1169,621	(4) 24502,01 1169,644		1169,614	9,5 s_5 - 0,022
(0) 23144,27 960,902	(1) 23311,40 961,011	(0,5) 24710,86 960,794		960,902	10,5 s_5 - 0,010
	(0) 23469,01 803,401			803,40	11,5 s_5 - 0,058

$$s_5 = +0,1850705.$$

$$\sigma_5 = -6,69900 \times 10^{-7}.$$

wartet wird. 2) Berechnet aus Serienformel.

Hauptserien $1,5 s_n - m p_n$.

	<u>$1,5 s_n - m p_1$</u>		Mittel $m p_1$	beob.-ber. $\Delta (m p_1)$
$1,5 s_n - 2 p_1$	(50)	$17082,015$	(100) $18511,44$	
$2 p_1$		$20958,716$	$20958,718$	$2 p_1$ $0,000$
$1,5 s_n - 3 p_1$	(20)	$28397,22$	(4) $29826,65$	
$3 p_1$		$9643,511$	$9643,510$	$3 p_1$ $-35,835$
$1,5 s_n - 4 p_1$	(9)	$32698,16$	(3) $34127,73$	
$4 p_1$		$5342,571$	$5342,430$	$4 p_1$ $0,000$
$1,5 s_n - 5 p_1$	(5)	$34800,71$	$(0,5)$ $36230,09$	
$5 p_1$		$3240,021$	$3240,070$	$5 p_1$ $+18,335$
$1,5 s_n - 6 p_1$	$(1,5)$	$36024,78$	$(1,5)$ $37454,3$	
$6 p_1$		$2015,951$	$2015,86$	$6 p_1$ $0,000$
$1,5 s_n - 7 p_1$	(1)	$36776,48$	(1) $38205,8$	
$7 p_1$		$1264,25$	$1264,36$	$7 p_1$ $+3,51$
$1,5 s_n - 8 p_1$	(4)	$37292,83$		
$8 p_1$		$747,90$	$747,9$	$8 p_1$ $-15,9$
$1,5 s_n - 9 p_1$	(3)	$37617,8$		
$9 p_1$		$422,9$	$422,9$	$9 p_1$ $-13,6$
$1,5 s_n - 10 p_1$	(2)	$37807,9$		
		$232,8$	$232,8$	$10 p_1$ $+2,0$
$1,5 s_n - 11 p_1$	(4)	$37925,3$		
		$115,4$	$115,4$	$11 p_1$ $+3,4$

$$(m p_1) = N / \left(m + p_1 + \frac{\pi_1}{m} + c \sqrt{m e^m} \right)^2.$$

$$p_1 = +0,1365124.$$

$$\pi_1 = +0,11162.$$

$$c = +0,02482618.$$

$1,5 \epsilon_n - 2 p_2$	$1,5 \epsilon_2 - m p_2$	$1,5 \epsilon_3 - m p_2$	$1,5 \epsilon_4 - m p_2$	$1,5 \epsilon_5 - m p_2$	Mittel $m p_2$	beob.—ber. $\Delta (m p_2)$
$2 p_2$	(15) 15149,733 22890,998	(12) 16219,807 22891,001	(10) 16579,155 22891,005	(8) 16996,607 22891,003	22891,003	$2 p_2 + 0,008$
$1,5 \epsilon_n - 3 p_2$	(9) 27819,09 10221,641	(7) 28889,10 10221,708	(6) 29248,44 10221,720	(15) 29665,92 10221,690	10221,687	$3 p_2 0,000$
$1,5 \epsilon_n - 4 p_2$	(7) 32469,98 5570,751	(5,5) 33540,06 5570,748	(2,5) 33899,41 5570,750	(8) 34316,86 5570,750	5570,750	$4 p_2 + 3,405$
$1,5 \epsilon_n - 5 p_2$	(0,5) 34689,75 3350,981	(0) 35759,81 3350,998	(0) 36119,5 3350,66	(1,5) 36536,53 3351,080	3350,981	$5 p_2 0,000$
			(0) 37343,89 ¹⁾ 2126,27	(0) 37761,30 ¹⁾ 2126,22	2126,25 ¹⁾	$6 p_2 + 4,45$

$$(m p_2) = N / (m + p_2 + \pi_{2,m} + c e^{m/2})^2.$$

$$p_2 = -0,0292169.$$

$$\pi_2 = +0,1115572.$$

$$c = 0,0597853.$$

1) Vgl. 6 p₂.

1,5 s_n - m p₃.

	1,5 s ₂ - m p ₃	1,5 s ₄ - m p ₃	Mittel (m p ₃)	I. beob.-ber. Δ (m p ₃)	II. beob.-ber. Δ (m p ₃)
1,5 s _n - 2 p ₃	(7) 15028,71	(10) 16458,146	23012,015	2 p ₃	0,000
2 p ₃	23012,021	23012,014			
1,5 s _n - 3 p ₃	(7) 27512,66	(7) 28942,04	10528,095	3 p ₃	+38,4
3 p ₃	10528,071	10528,120			+13,31
1,5 s _n - 4 p ₃	(8) 31978,57	(8) 33408,04	6062,146	4 p ₃	0,000
4 p ₃	6062,161	6062,120			0,000
1,5 s _n - 5 p ₃	(7) 34088,07	(3,5) 35517,51	3952,655	5 p ₃	-1,369
5 p ₃	3952,661	3952,650			-1,633
1,5 s _n - 6 p ₃	(3) 35260,12	(1) 36689,56	2780,615	6 p ₃	0,000
6 p ₃	2780,611	2780,61			0,000
1,5 s _n - 7 p ₃	(1,5) 36024,78 ?	(1,5) 37454,3 ?	2015,951 ?	7 p ₃	-42,426
7 p ₃	2015,951 ?	2015,86 ?			-47,033
1,5 s _n - 8 p ₃	(3) 36438,6	(3) 37868,0	1602,1	8 p ₃	+21,5
8 p ₃	1602,1	1602,2			+11,6

$$\text{I. } (m p_3) = N / (m + p_3 + \pi_3 / m^2 + c \sqrt{m e^m})^2. \quad \begin{aligned} p_3 &= + 0,2693526. \\ \pi_3 &= - 0,3508203. \\ c &= + 0,000432981. \end{aligned}$$

$$\text{II. } (m p_3) = N / (m + p_3 + \pi_3 / m + c \sqrt{m e^m})^2. \quad \begin{aligned} p_3 &= 0,32134655. \\ \pi_3 &= - 0,2769636. \\ c &= 0,0001163438. \end{aligned}$$

1,5 s_n - m p₄.

	1,5 s ₂ - m p ₄	1,5 s ₄ - m p ₄	1,5 s ₅ - m p ₄	Mittel (m p ₄)	beob.-ber. Δ (m p ₄)
1,5 s _n - 2 p ₄	(9) 14969,792	(8) 16399,220	(10) 16816,666	23070,944	2 p ₄
2 p ₄	23070,939	23070,940	23070,944		+0,007
1,5 s _n - 3 p ₄	(10) 27819,95	(10) 29249,34	(10) 29666,79	10220,817	3 p ₄
3 p ₄	10220,781	10220,82	10220,82		0,000
1,5 s _n - 4 p ₄	(8) 32490,07	(8) 33919,50	(4) 34336,98	5550,650	4 p ₄
4 p ₄	5550,661	5550,66	5550,63		+5,87
1,5 s _n - 5 p ₄	(1) 34708,57	(1) 36138,01	(0,5) 36555,54	3332,150	5 p ₄
5 p ₄	3332,161	3332,150	3332,070		0,000
1,5 s _n - 6 p ₄	(1) 35939,3	(8) 37368,75	(5) 37786,2	2101,4	6 p ₄
6 p ₄	2101,4	2101,41	2101,4		-3,46
1,5 s _n - 7 p ₄		(3) 38114,4	(0,5) 38531,4	1356,0	7 p ₄
7 p ₄		1355,8	1356,2		+6,3

$$(m p_4) = N / (m + p_4 + \pi_4 / m + c e^{m/2})^2. \quad \begin{aligned} p_4 &= -0,0232537. \\ \pi_4 &= + 0,0746753. \\ c &= 0,0612291. \end{aligned}$$

$1,5 s_n - 2 p_s$	$1,5 s_n - m p_s$	$1,5 s_2 - m p_s$	$1,5 s_4 - m p_s$	$1,5 s_6 - m p_s$	Mittel ($m p_s$)	beob.—ber. Δ ($m p_s$)
$1,5 s_n - 2 p_s$	(2) 14883,394	(15) 15953,469	(6) 16312,800	(12) 16730,268	23157,342	0,000
$1,5 s_n - 3 p_s$	(7) 27768,62	(8) 28838,67	(6) 29198,02	(6) 29615,48	10272,127	0,000
$1,5 s_n - 4 p_s$	(7) 32466,82	(6) 33536,90	(3) 33896,28	(0,5) 34313,92	5573,896	+4,168
$1,5 s_n - 5 p_s$	(1) 34696,64	(5) 35766,35	(3) 36125,9	(3) 36543,0	3344,458	0,000
$1,5 s_n - 6 p_s$	(1) 35933,9	(0,5) 37003,40	(0) 37363,22	(3) 37778,9	2107,1	-3,803
$1,5 s_n - 7 p_s$		(2) 37756,6	(0,5) 38114,4	(6) 38530,7	1355,8	-0,57
$1,5 s_n - 8 p_s$		(0,5) 38245,0 ¹⁾		(2) 39023,6	864,0	-6,4

$$(m p_s) = N / (m + p_s + \pi_{5,m} + c e^{m/2})^2.$$

$$p_s = -0,0408642.$$

$$\pi_s = +0,1009538.$$

$$c = 0,06137594.$$

1) Zugleich $1,5 s_6 - 8 p_s$.

	$1,5 s_n - m p_n$	$1,5 s_n - m p_n$	$1,5 s_n - m p_n$	Mittel $m p_n$	beob.-ber. $\Delta (m p_n)$
$1,5 s_n - 2 p_n$	$1,5 s_n - m p_n$	$1,5 s_n - m p_n$	$1,5 s_n - m p_n$		
$2 p_n$	(10) 14427,146	(6) 15856,573	(12) 16274,022	23613,586	+60,046
$1,5 s_n - 3 p_n$	23613,585	23613,587	23613,588		
$3 p_n$	(7) 27149,72	(7) 28579,12	(8) 28996,54	10891,040	0,000
$4 p_n$	10891,01	10891,040	10891,07		
$1,5 s_n - 4 p_n$	(4) 31760,04	(6) 33189,45	(9) 33606,89	6280,708	-0,179
$4 p_n$	6280,691	6280,710	6280,720		
$1,5 s_n - 5 p_n$		(2,5) 35384,59	(3,5) 35802,00	4085,59	0,00
$5 p_n$		4085,57	4085,610		
$1,5 s_n - 6 p_n$		(1) 36601,00	(2) 37018,16	2869,15	-0,30
$6 p_n$		2869,16	2869,15		
$1,5 s_n - 7 p_n$		(4) 37343,89 ¹⁾	(8) 37761,39 ¹⁾	2126,25	+0,68
$7 p_n$		2126,27	2126,21		
$1,5 s_n - 8 p_n$		(2) 37832,18	(4) 38250,2	1638,0	+0,4
$8 p_n$		1638,02	1637,4		
$1,5 s_n - 9 p_n$		(1,5) 38170,8	(3) 38588,64	1299,2	-1,1
$9 p_n$		1299,4	1298,96		
$1,5 s_n - 10 p_n$			(1) 38830,1	1057,5	0,0
$10 p_n$			1057,5		

$$(m p_n) = N / (m + p_n + \pi_n / m^2)^2.$$

$$p_n = +0,1861075.$$

$$\pi_n = -0,1121625.$$

1) Von hier an sind die Glieder dieser Serien nicht mehr getrennt von denen der Serien $1,5 s_n - m p_n$ und $1,5 s_n - m p_n$.

	$1,5 s_n - m p_r$	$1,5 s_2 - m p_r$	$1,5 s_4 - m p_r$	$1,5 s_6 - m p_r$	Mittel $m p_r$	beob. — ber. $\Delta (m p_r)$
$1,5 s_n - 2 p_r$ 2 p_r	(9) 14232,884 23807,887	(6) 15302,951 23807,857	(12) 15662,305 23807,855	(15) 16079,755 23807,855	23807,852	0,000
$1,5 s_n - 3 p_r$ 3 p_r	(7) 27123,97 10916,761		(8) 28553,38 10916,780	(6) 28970,83 10916,78	10916,780	0,000
$1,5 s_n - 4 p_r$ 4 p_r	(7) 31750,93 6289,801	(2) 32820,96 6289,848	(6) 33180,35 6289,810	(5) 33597,80 6289,810	6289,812	-0,026
$1,5 s_n - 5 p_r$ 5 p_r	(0,5) 33950,85 4089,881	(0) 35020,83 4089,978	(2) 35380,21 4089,950	(1) 35797,62 4089,99	4089,950	0,000
$1,5 s_n - 6 p_r$ 6 p_r	(3) 35169,1 2871,63	(1) 36239,0 2871,8	(1) 36598,72 2871,44	(1) 37016,73 2870,88	2871,44	+0,025
$1,5 s_n - 7 p_r$ 7 p_r			(4) 37343,89 ¹⁾ 2126,27	(8) 37761,39 ¹⁾ 2126,21	2126,25	+0,076
$1,5 s_n - 8 p_r$ 8 p_r			(2) 37832,18 1638,02	(4) 38250,2 1637,4	1638,0	+0,788
$1,5 s_n - 9 p_r$ 9 p_r			(1,5) 38170,8 1299,4	(3) 38588,64 1298,96	1299,2	+0,165
$1,5 s_n - 10 p_r$ 10 p_r				(1) 38830,1 1057,5	1057,5	+2,21

$$(m p_r) = N / (m + p_r + \pi_r e^{4/m^2} + c e^{m/2})^2.$$

$$p_r = +0,2014500.$$

$$\pi_r = -0,02031357.$$

$$c = 0,0001022995.$$

1) Von hier an sind die Glieder dieser Serien nicht mehr getrennt von denen der Serien $1,5 s_4 - m p_8$ und $1,5 s_6 - m p_8$.

$1,5\epsilon_n - m p_n$		$1,5\epsilon_n - m p_n$		Mittel	beob.-ber.		$1,5\epsilon_n - m p_n$		beob.-ber.
$1,5\epsilon_n - m p_n$		$1,5\epsilon_n - m p_n$	$1,5\epsilon_n - m p_n$	$m p_n$	Δ	Δ	$1,5\epsilon_n - m p_n$	$1,5\epsilon_n - m p_n$	Δ
$1,5\epsilon_n - 2 p_n$	(10)	13935,509	(15)	15364,934	(10)	15782,380	$1,5\epsilon_n - 2 p_n$	(20)	15615,199
$1,5\epsilon_n - 2 p_n$	$2 p_n$	24105,222		24105,226		24105,230	$1,5\epsilon_n - 2 p_n$	$2 p_n$	24272,411
$1,5\epsilon_n - 3 p_n$	(7)	27010,44	(8)	28439,87	(7)	28857,33	$1,5\epsilon_n - 3 p_n$	(10)	28788,90
$1,5\epsilon_n - 3 p_n$	$3 p_n$	11030,291		11030,290		11030,280	$1,5\epsilon_n - 3 p_n$	$3 p_n$	11098,710
$1,5\epsilon_n - 4 p_n$	(6)	31702,61	(6)	33132,04	(6)	33549,46	$1,5\epsilon_n - 4 p_n$	(9)	33517,32
$1,5\epsilon_n - 4 p_n$	$4 p_n$	6338,121		6338,120		6338,150	$1,5\epsilon_n - 4 p_n$	$4 p_n$	6370,29
$1,5\epsilon_n - 5 p_n$	(0,5)	33926,00	(1)	35355,49	(1,5)	35772,86	$1,5\epsilon_n - 5 p_n$	(2)	35755,33
$1,5\epsilon_n - 5 p_n$	$5 p_n$	4114,731		4114,670		4114,750	$1,5\epsilon_n - 5 p_n$	$5 p_n$	4132,28
$1,5\epsilon_n - 6 p_n$	(0)	35155,0	(0)	36584,3	(0,5)	37001,36	$1,5\epsilon_n - 6 p_n$	(1)	36991,07
$1,5\epsilon_n - 6 p_n$	$6 p_n$	2885,7		2885,86		2885,75	$1,5\epsilon_n - 6 p_n$	$6 p_n$	2896,54
$1,5\epsilon_n - 7 p_n$	(0,5)	37332,0	(3)	37750,18		2137,8	$1,5\epsilon_n - 7 p_n$	(4)	37745,2
$1,5\epsilon_n - 7 p_n$	$7 p_n$	2138,2		2137,43		2137,8	$1,5\epsilon_n - 7 p_n$	$7 p_n$	2142,4
$1,5\epsilon_n - 8 p_n$	(0,5)	38245,0	(0,5)	38245,0		1642,6	$1,5\epsilon_n - 8 p_n$	(1,5)	38240,4
$1,5\epsilon_n - 8 p_n$	$8 p_n$			1642,6		1642,6	$1,5\epsilon_n - 8 p_n$	$8 p_n$	1047,2
							$1,5\epsilon_n - 9 p_n$	(1)	38581,4
								$9 p_n$	1306,2

$$(m p_n) = N / (m + p_n + \pi_n / m^2)^2.$$

$$p_n = + 0,1691663.$$

$$\pi_n = - 0,1437493.$$

$$(m p_n) = N / (m + p_n + \pi_n / m^2)^2.$$

$$p_n = + 0,1672927.$$

$$\pi_n = - 0,125693.$$

[illegible]

Die Schwingungsdifferenzen $1,5\sigma_n - 1,5\sigma_{n-1}$ kommen noch bei zwei nicht in Serien geordneten Gruppen vor:

$1,5s_1 - x$	$1,5s_2 - x$	$1,5s_3 - x$
(2,5) 31164,00	(2) 32234,09	(1) 33010,88
x 6876,731	6876,718	6876,730
$1,5s_2 - y$	$1,5s_3 - y$	$1,5s_4 - y$
(0) 31180,59	(1,5) 32609,86	(3) 33027,37
y 6860,141	6860,30	6860,24

$$I. (m p_{10}) = N / (m + p_{10} + \pi_{10}/m^2 + c_0^{m/2}).$$

$$p_{10} = +0,12317679.$$

$$\pi_{10} = -0,23141155.$$

$$c = +0,000881499.$$

$$\text{II. } (m p_{10}) = N / (m + p_{10} + \pi_{10} e^{2/m} + e e^{m/2})^2.$$

$$p_{10} = +0.1821450.$$

$$\pi_{10} = -0.04259148.$$

1 - 0009768782

(Eingegangen 14. Juni 1919.)

2. Der mechanisch-akustische Aufbau eines Telefons; von W. Hahnemann und H. Hecht.

Wir haben vor kurzem¹⁾ eine Theorie der Wirkungsweise eines Telefons veröffentlicht, die auf einer Methode beruht, die die mechanisch-akustischen Arbeitsvorgänge der schwingenden Telephonmembran durch äquivalente, elektrische Arbeitsgrößen ersetzt. In der hier folgenden Abhandlung soll eine sich aus dieser Theorie ergebende experimentelle Untersuchungsmethode von Telefonen entwickelt und Messungen der mechanisch-akustischen Größen, insbesondere des Wirkungsgrades eines Telefons, mitgeteilt werden.

I. Die Methode.

Denkt man sich in die Zuleitungen eines Telefons ein Wattmeter geschaltet, das selbst keinen Eigenverbrauch be-

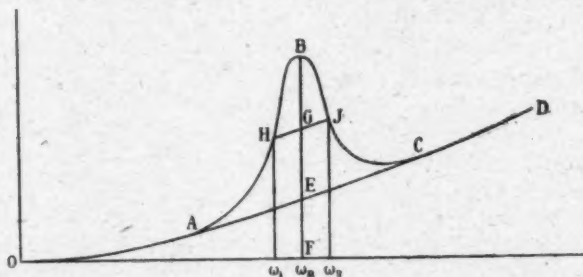


Fig. 1.

sitzen möge, und erregt man das Telefon mit Wechselstrom konstanter Erregung und veränderlicher Frequenz, so erhält man im Prinzip das Bild der Fig. 1, in der als Abszisse die Frequenz ω und als Ordinate die vom Telefon aufgenommene

1) W. Hahnemann und H. Hecht, Schallgeber und Schallempfänger I, Physikal. Zeitschr. 20. S. 104ff. 1919.

Leistung aufgetragen ist. Diese Leistung beschreibt bei einfachen Schwingungsgebilden die Resonanzkurve $OABCD$ und hat für die Frequenz ω_R , die der mechanischen Eigenschwingung des Telephons entspricht, ein Maximum. Sowohl nach den niederen, wie nach den höheren Frequenzen zu verläuft die Resonanzkurve in die mehr oder weniger geradlinigen Strecken OA und CD . Denkt man sich diese Kurvenstücke innerhalb der Resonanzstelle ABC stetig ineinander überführt, so erhält man die Kurve $OAECD$. Durch diese Darstellung der Leistungsaufnahme erkennt man, daß die gesamte Leistung in zwei Teile zerfällt:

einen von der Bewegung der Telephonmembran abhängigen Teil (Ordinate zwischen Kurve ABC und Kurve AEC) und einen von der Membranbewegung unabhängigen Teil (Ordinate zwischen Kurve $OAECD$ und Abszissenachse).

Der erste Teil stellt die mechanisch-akustische Leistung, der zweite die im Eisen des Telephons verbliebene Leistung dar, die eine Erwärmung desselben hervorruft. Die Kurve $OAECD$ kann man auch experimentell finden, indem man die Membran in ihrer Arbeitsstellung durch Festbremsen an der Bewegung hindert und bei verschiedenen Frequenzen und konstanter Erregung die Verluste direkt mißt.

Fällt man vom Resonanzpunkte B ein Lot auf die Abszissenachse, welches diese bei F trifft, während es die Verlustkurve bei E schneidet, so stellt das Verhältnis $BE:BF$ den mechanisch-akustischen Wirkungsgrad des Telephons in Resonanz dar. Die der Strecke BE entsprechende mechanisch-akustische Leistung ist nun nicht ohne weiteres die rein-akustische Leistung, sondern stellt die gesamte von der Membranbewegung abhängige Leistung dar. Diese besteht im allgemeinen aus den drei Beträgen: mechanische Leistung innerhalb des Membranmaterials und an den Befestigungsstellen der Membran, Gasreibung in dem vorderen und hinteren Luft-raum und abgegebene Schalleistung. Wir wollen im Laufe dieser Untersuchung zeigen, wie man diese Einzelbeträge experimentell trennen und den akustischen Wirkungsgrad bestimmen kann, den wir als das Verhältnis der auf den Gehörgang übertragenen Leistung zu der gesamten vom Telephon aufgenommen Leistung definieren.

Außer durch die Lage der Resonanzfrequenz und den Wirkungsgrad ist die Resonanzkurve noch durch die Dämpfung charakterisiert. Denken wir uns zunächst die Resonanzkurve so schmal, daß die Strecke AEC praktisch durch eine Gerade dargestellt werden kann, so können wir durch den Halbierungspunkt G der Strecke BE eine Parallele zu AEC legen, die die Resonanzkurve in den Punkten H und J schneidet, und von diesen Punkten Lote auf die Abszissenachse fällen, die diese an den Stellen $\omega = \omega_1$ und $\omega = \omega_2$ treffen; dann ist die Dämpfung

$$b = \pi \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_R}.$$

Kann man die Kurve AEC nicht mehr einer Geraden gleichsetzen, so muß man aus den Ordinatenabschnitten zwischen Resonanzkurve und Verlustkurve eine neue Resonanzkurve über einer Geraden als Nulllinie zeichnen und nach der eben genannten Methode die Dämpfung ermitteln.

Für die später sich als notwendig ergebende Bestimmung der mechanischen Leistung weit außerhalb der Resonanz ist das graphische Verfahren zu ungenau, und man muß aus den durch die Resonanzkurve gefundenen Werten der Dämpfung und Resonanzfrequenz die Leistung für eine gegebene Verstimmung berechnen.

Bezeichnen M bzw. M_R die mechanischen Leistungen bei einer beliebigen Frequenz ω bzw. der Resonanzfrequenz ω_R , so findet man aus der allgemeinen mechanischen Schwingungsgleichung, daß

$$\frac{M}{M_R} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega_R^2 - \omega^2}{\omega_R \cdot \omega} \frac{\pi}{b} \right)^2}$$

ist. Aus dieser Gleichung folgt für

$$\frac{\omega_R}{\omega} = 1 + x$$

und Beschränkung auf die Nähe der Resonanz die bekannte Dämpfungsformel

$$b = 2\pi x \sqrt{\frac{M/M_R}{1 - M/M_R}},$$

die für $M/M_R = \frac{1}{2}$ in die obige einfache übergeht.

Hat man es nicht mehr mit einem einzelnen Schwingungssystem zu tun, sondern mit zwei durch Kopplung miteinander verbundenen, so erhält man statt einer Resonanzstelle im allgemeinen deren zwei. Die Lage der Resonanzstellen in der gekoppelten Kurve im Verhältnis zu den Resonanzstellen vor der Kopplung hängt im hohen Grade von der Größe der Kopplung ab. Immer aber wird das von vornherein tiefere System durch die Kopplung erniedrigt und das ungekoppelte höhere System erhöht. Besitzen die beiden ungekoppelten Systeme gleiche Resonanzfrequenz, so weist die gekoppelte Resonanzkurve auch zwei Resonanzstellen auf, die symmetrisch zu derjenigen der ungekoppelten Systeme liegen. Die Theorie der gekoppelten Schwingungen¹⁾ ist nicht so weit entwickelt, daß man für alle Fälle der Kopplung, Dämpfung und Resonanzfrequenzen aus der Resonanzkurve der gekoppelten Systeme diejenige der ungekoppelten und umgekehrt ableiten könnte; dies ist nur in ganz wenigen Spezialfällen möglich. Es wird sich nun aber im Laufe unserer Untersuchung zeigen, daß bei Telephonen im allgemeinen doppelwellige Resonanzkurven auftreten. Um die erhaltenen Resultate auf einfache Weise rechnerisch verwerten zu können, haben wir im Folgenden angenommen, daß man auch bei doppelwelligen Kurven die Dämpfung an den beiden Resonanzstellen wie bei einwelligen Kurven berechnen kann, solange die Kurve an den Resonanzstellen zur Ordinate im Resonanzpunkt symmetrisch ist und, was hiermit bis zu einem gewissen Grade gleichbedeutend ist, sich zwischen den beiden Resonanzstellen wieder bis auf die Nulllinie senkt. Kommt das Schwingungsgebilde zwischen den beiden Resonanzstellen wieder zur Ruhe, was durch das Herabgehen auf die Nulllinie angezeigt wird, so legt dies eben den Schluß nahe, daß das Schwingungsgebilde sich an jeder der beiden Resonanzstellen nahezu wie ein einwelliges Gebilde verhalten wird. Hierbei kann natürlich die Kopplung im allgemeinen schon so fest sein, daß eine starke gegenseitige Beeinflussung der Dämpfungen eingetreten ist.

Da die später mitgeteilten Resonanzkurven des Telephons, soweit sie doppelwellig sind, die Eigenschaft besitzen, zwischen den beiden Resonanzstellen auf Null oder nahezu auf Null

1) M. Wien, *Ann. d. Phys.* 61. S. 151. 1897.

herabzugehen, so haben wir für ihre Auswertung diese die Rechnung vereinfachende Annahme gemacht und die Dämpfung und Leistungen außerhalb der Resonanz für die von der anderen Resonanzfrequenz abgekehrte Seite wie bei einwilligen Gebilden berechnet. Welche Fehler man hierbei begeht, ist schwer zu sagen, wie ja überhaupt die Zulässigkeit der einfachen, einwilligen Berechnung nicht exakt abgeleitet, sondern nur allgemein begründet ist. Wie uns scheinen will, sind die Fehler vom Grade der Vollkommenheit abhängig, mit der die Resonanzkurve auf Null herabgeht, und würden daher in den vorliegenden Fällen die Resultate nicht wesentlich verändern können.

Die Aufnahme der Resonanzkurve eines Telephons hatten wir uns bisher in einfacher Weise durch Verwendung eines Wattmeters gedacht. Da der Eigenverbrauch solcher Instrumente aber viel zu groß ist, muß man zu einer anderen, indirekten Methode seine Zuflucht nehmen. Aus der Literatur ist bekannt¹⁾, daß und wie man die Watt- und wattlosen Widerstände beispielsweise eines Telephons in der Brückenordnung für verschiedene Frequenzen bestimmen kann. Solche Kurven der Watt- bzw. wattlosen Widerstände eines Telephons in ihrer Abhängigkeit von der Frequenz sind u. a. bereits von Wagner in seiner unten zitierten Arbeit veröffentlicht worden. Sie geben aber noch keinen unmittelbaren Aufschluß über das Verhalten des Telephons als Schallgeber. Das charakteristische Merkmal hierfür ist die Resonanzkurve. Wie man diese aus den Watt- und wattlosen Widerständen finden kann, soll daher zunächst im Folgenden gezeigt werden.

Wir denken uns die Messungen in der Brücke für verschiedene Frequenzen ausgeführt und nennen den wattlosen Widerstand des Telephons für die Frequenz ω in 2π Sekunden ωL . Der Wattwiderstand setzt sich aus drei Beträgen zusammen: dem Ohmschen Widerstand der Wicklung, dem Verlustwiderstand, entstanden durch Hysteres- und Wirbelstromverbrauch im Eisen und dem mechanisch-akustischen Arbeitswiderstand. Nennen wir diese drei Widerstände w_0 , w_s und w_a , so hat das Schema des elektrischen Kreises das Aussehen der

1) K. W. Wagner, Über die Verbesserung des Telephons. Elektrotechnische Zeitschr. 1911. S. 80ff. und 110ff.

Fig. 2. Wir haben in unserer oben zitierten Arbeit gefunden, daß wir die gesuchte Resonanzkurve des elektro-mechanischen Transformators, der hier im gewöhnlichen Telephon im Prinzip vorliegt, erhalten, wenn wir bei veränderlicher Frequenz ω und konstantem Flux, d. h. konstantem e/ω die Leistungsaufnahmen in den Widerständen w_s und w , auftragen, wobei e die Spannung an der Spule ohne Ohmschen Widerstand ist. Nennen wir den gesamten Wattwiderstand des Telephons w , so daß

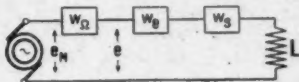


Fig. 2.

$$w_s + w_\theta = w - w_\Omega$$

ist, so ist die die Resonanzkurve liefernde Leistung

$$W = i^2 (w - w_\Omega),$$

wenn i die Stromstärke im Telephon ist. In der Größe W und damit in den später mitgeteilten Resonanzkurven ist also nur die im Eisen verbrauchte und die in mechanisch-akustische Form verwandelte Leistung enthalten, nicht aber die im Spulenwiderstand verzehrte. Diese Darstellung ist deshalb zweckmäßig, weil die Spulenverluste sich mit i^2 ändern, und dieses gerade im Bereiche der Resonanz variabel ist. Da man aber die Verlustlinie für die Resonanzstelle graphisch durch Interpolation ermitteln muß, wenn man nicht zu dem unsicheren Verfahren übergehen und die Membran in ihrer Arbeitsstellung festbremsen und die Verlustlinie direkt aufnehmen will, so ist für die Konstruktion der Verlustlinie nötig, daß die Verluste mit der Frequenz gleichmäßig ansteigen. Dies tun bei konstanten e/ω , für das die Resonanzkurve aufgenommen wird, wohl die Eisenverluste, nicht aber die Ohmschen Verluste, da i in der Nähe der Resonanz eine v-Kurve¹⁾ beschreibt.

Führt man in den Ausdruck für W statt der Stromstärke i die Spannung e ein, so wird

$$W = e^2 \frac{w - w_\Omega}{(w - w_\Omega)^2 + (\omega L)^2}.$$

Drücken wir die bei einer beliebigen Frequenz ω herrschende Leistung W durch die bei der Resonanzfrequenz ω_R auftretende

1) Vgl. Schallgeber und Schallempfänger I, Kapitel 3.

Leistung W_R aus, so ist, wenn w_R bzw. $\omega_R L_R$ die bei Resonanz gemessenen Werte des Watt- bzw. wattlosen Widerstandes sind,

$$\frac{|W|}{W_R} = \left(\frac{e}{e_R}\right)^2 \cdot \frac{w - w_D}{w_R - w_D} \cdot \frac{(w_R - w_D)^2 + (\omega_R L_R)^2}{(w - w_D)^2 + (\omega L)^2}.$$

Wie wir bereits oben erwähnten, erhalten wir die Resonanzkurve, wenn

$$\frac{e}{\omega} = \frac{e_R}{\omega_R}$$

ist; es wird daher

$$\frac{W}{W_R} = \left(\frac{\omega}{\omega_R}\right)^2 \frac{w - w_D}{w_R - w_D} \frac{(w_R - w_D)^2 + (\omega_R L_R)^2}{(w - w_D)^2 + (\omega L)^2}.$$

Nach dieser Formel sind die später mitgeteilten Resonanzkurven aus den in der Brücke gemessenen Werten von w , w_R , L und L_R und dem Gleichstromwiderstand der Wicklung w_D berechnet. Als Abszissenteilung sind Perioden pro Sekunde gewählt, während die Ordinatenteilung in gewisser Weise willkürlich ist, da die Leistungen bei den einzelnen Frequenzen durch diejenige bei einer beliebig angenommenen, die im besonderen die Resonanzfrequenz sein kann, ausgedrückt werden.

II. Die Versuchsergebnisse und ihre rechnerische Verwertung.

Zu der experimentellen Untersuchung dienten zwei gleichgebaute Telephone in der Ausführung der gewöhnlichen Posttelephone. Da die erhaltenen Resultate miteinander gut übereinstimmten, beschränken wir uns im Text und in den Figuren beispielsweise auf die Messungen an einem Exemplar und werden nur charakteristische Abweichungen der beiden besonders erwähnen. Der Durchmesser der Membran betrug 54 mm, ihre Dicke 0,15 mm, der Gleichstromwiderstand der Wicklung etwa 1000 Ohm, die Windungszahl 3400, die Selbstinduktion 0,4 bis 0,8 Henry bei den sekundlichen Periodenzahlen 400 bis 2000. Aus Gründen, die gleich erläutert werden sollen, wurde die vordere Hörmuschel abgeändert

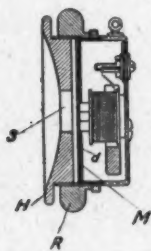
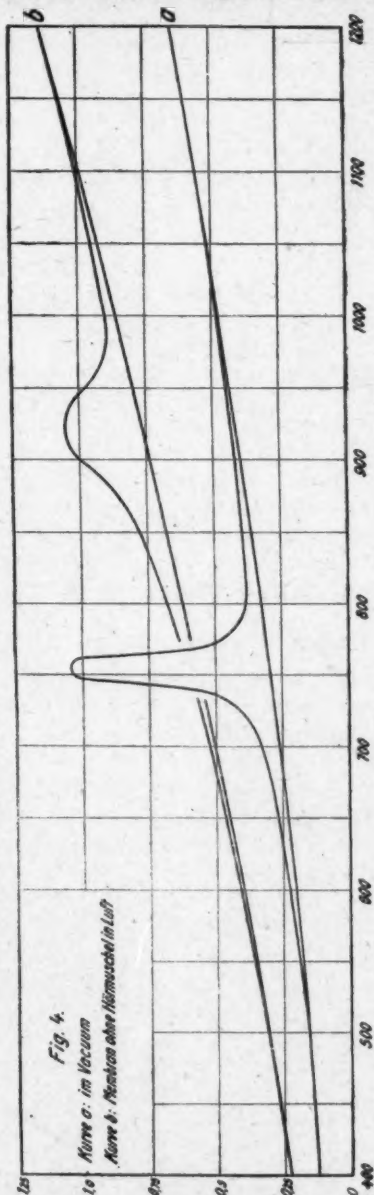


Fig. 3.

und bestand nicht aus einem Stück, sondern war, wie aus Fig. 3 ersichtlich, in den Ring R verstellbar ein-

gesetzt, so daß der Abstand d zwischen der Membran M und der Hörmuschel H von etwa $\frac{1}{2}$ mm (normale Einstellung) bis 2 mm verändert werden konnte. Die Schallöffnung S hatte einen Durchmesser von 15 mm.

Beiden Versuchen zeigte es sich, daß das Telephon akustisch aus zwei miteinander gekoppelten Schwingungssystemen besteht. Das eine ist im wesentlichen gebildet durch die Membran mit ihren mechanisch-akustischen Eigenschaften, das zweite durch den zwischen Membran und Hörmuschel liegenden Luftraum. Die Untersuchung begann damit, daß zunächst die Resonanzkurven der Membran allein ohne das zweite Schwingungsgebilde des vorderen Luftraumes im Vakuum und in der Luft aufgenommen wurden. Zu diesem Zweck wurde die verstellbare Hörmuschel H ganz entfernt, so daß die Membran M nach außen zu vollkommen frei war, während die Räume vor und hinter der Membran zum Ausgleich des statischen Druckes durch kleine Öffnungen kommunizierten. Die beiden Resonanzkurven sind in Fig. 4a und 4b ge-



zeichnet. Wie man erkennt, besitzt die Vakuumkurve eine tiefere Abstimmung und geringere Dämpfung als die Luftkurve, 755 gegen 920 bzw. 0,12 gegen 0,31. Die Erklärung hierfür ist die folgende:

Die Resonanzfrequenz der Vakuumkurve ist bestimmt durch die Membranelastizität und durch die Schwingungsmasse der Membran¹⁾, ihre Dämpfung durch die Leistung, die in der Membran selbst und an ihren Befestigungsstellen im Ringe verbraucht wird.

Die Erhöhung der Resonanzfrequenz in Luft rührt von der Elastizität des durch die Telephonkapsel abgeschlossenen hinteren Gasraumes her, die zu der Membranelastizität hinzutritt. Die gleichzeitig beim Übergang vom Vakuum nach Luft eintretende erniedrigende Wirkung der vermehrten Schwingungsmasse infolge mitschwingender Mediummasse an der äußeren freien Membranfläche ist klein gegen die beobachtete Erhöhung, da die mitschwingende Mediummasse gegen die Membranmasse selbst zu vernachlässigen ist.²⁾

Die Erhöhung der Dämpfung der Luftkurve rührt nur von der Gasreibung in dem die Elastizitätserhöhung hervorrufenden hinteren Gasraum her, da die akustische Strahlungsdämpfung der vorderen Membranfläche zu vernachlässigen ist.³⁾

1) Vgl. W. Hahnemann u. H. Hecht, Schallfelder und Schallantennen II. Physikal. Zeitschr. 18. S. 261ff. 1917; im folgenden mit a. a. O. bezeichnet.

2) Nach a. a. O. berechnet sich die mitschwingende Luftmasse zu $0,4 \cdot 2,7^3 \cdot 0,0012 = 0,0096$ g und die Schwingungsmasse der Membran zu $(0,45 \cdot 2,7)^2 \cdot 3,14 \cdot 0,015 \cdot 7,7 = 0,54$ g. Die später experimentell bestimmte Schwingungsmasse der Membran ist 0,66 g. Es zeigt sich hierbei, daß bei so dünnen Membranen, die unter äußeren und inneren Spannungen stehen, die Annahme einer bestimmten Deformationskurve nicht mehr zulässig ist und zu falschen Resultaten führt. Dies wurde auch noch weiterhin dadurch bestätigt, daß ein geometrisch völlig gleichgebautes Telephon im Vakuum eine Abstimmung von 525 gegen 755 des vorliegenden Telefons besaß.

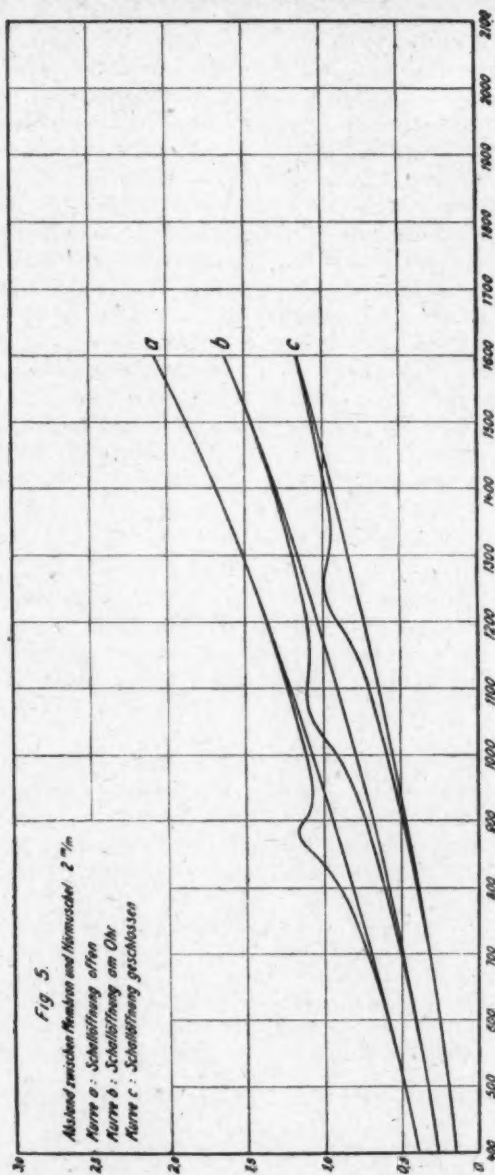
3) Nach a. a. O. beträgt die Strahlungsdämpfung von Stahlmembranen in Luft

$$5 \cdot 10^{-8} \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{12}}{7,7^3}} = 0,003,$$

während die Dämpfung der Kurve *b* in Fig. 4 den Betrag von 0,31 aufweist.

Zur eigentlichen akustischen Untersuchung des Telephons wurde die Hörmuschel wieder angebracht und drei Arten von Resonanzkurven aufgenommen: Eine bei offener, eine zweite bei geschlossener Schallöffnung und eine dritte, wenn die Schallöffnung, wie es dem gewöhnlichen Gebrauch eines Telephons entspricht, an das menschliche Ohr gelegt wurde. Aus diesen Aufnahmen erhält man, wie sich des näheren später zeigen wird, den Wirkungsgrad des Telephons bei Ohrlage folgendermaßen: Durch Interpolation aus den Messungen bei offener und geschlossener Schallöffnung findet man die schädliche oder Verlustdämpfung für die Resonanzfrequenz bei Ohrlage und zieht diesen Betrag von der bei Ohrlage gemessenen Dämpfung ab, wodurch man die Nutzdämpfung erhält. Den mechanisch-akustischen Wirkungsgrad der Resonanzkurve bei Ohrlage multipliziert man alsdann mit dem Verhältnis von Nutzdämpfung zu Gesamtdämpfung und erhält den akustischen Wirkungsgrad. Da sich die Resonanzkurve nur auf die Eisenverluste und nicht auch auf die Kupferverluste bezieht, ist dieser Wirkungsgrad noch mit dem Verhältnis Eisenwiderstand zu Eisenwiderstand + Spulenwiderstand zu multiplizieren¹⁾, um den totalen akustischen Wirkungsgrad bei Ohrlage für die entsprechende Resonanzfrequenz zu erhalten. Um die Bedeutung und den Einfluß der einzelnen mechanisch-akustisch wirksamen Teile des Telephons besser erkennen zu können, wurden die drei verschiedenen Resonanzkurven — Schallöffnung offen, am Ohr und geschlossen — bei verschiedenen Abständen zwischen Membran und Hörmuschel aufgenommen. In den Figg. 5—7 sind die Resonanzkurven für 2, 1 und $\frac{1}{2}$ mm Abstand mitgeteilt, und zwar die *a*-Kurven für offene, die *b*-Kurven für am Ohr befindliche und die *c*-Kurven für geschlossene Schallöffnung. Wir wollen im Folgenden zunächst die einzelnen Kurven und zwar in der Aufeinanderfolge *a*-, *c*- und *b*-Kurven besprechen, und dann nach dem eben angegebenen Schema den Wirkungsgrad berechnen.

1) Dies gilt nur für kleine Wirkungsgrade; andernfalls muß der Eisenwiderstand mit dem Faktor $\frac{1}{1-\eta}$ multipliziert werden, wobei η der aus der Resonanzkurve sich ergebende Wirkungsgrad ist.

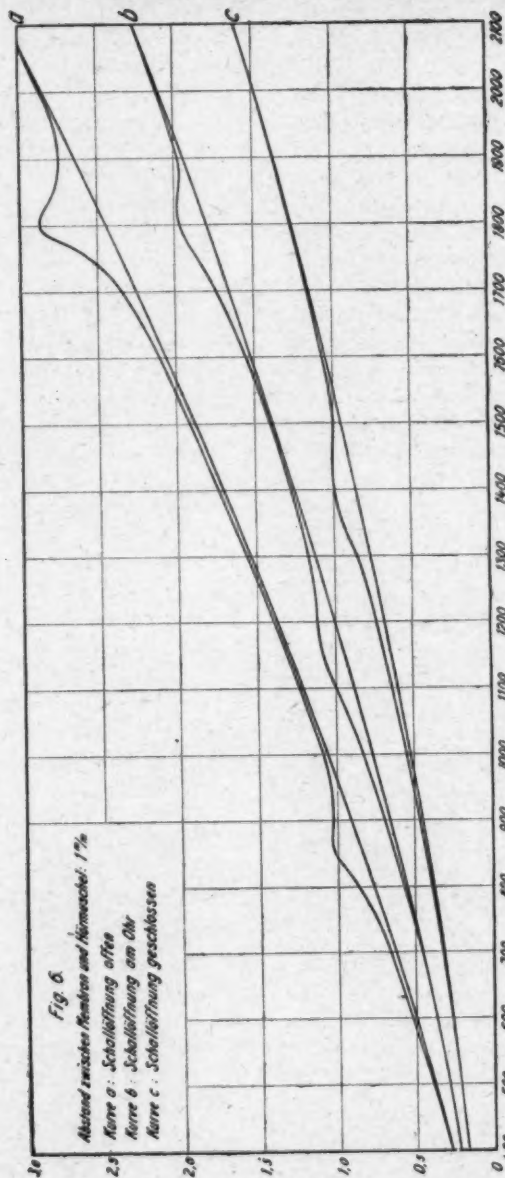


Die α -Kurven der Figg. 5—7 stellen, wie gesagt, die Resonanzkurven des Telephons bei offener Schallöffnung für die Abstände 2, 1 und $\frac{1}{2}$ mm dar. Die Resonanzfrequenz der Membran, die im freien Zustande entsprechend der Kurve 4b 920 betrug, liegt jetzt bei 870, 865 und 855. Gleichzeitig bemerken wir eine zweite Resonanzstelle bei 1800¹⁾, die entsprechend dem früher Gesagten dem ein zweites Schwingungssystem bildenden vorderen Luftraum zuzuschreiben ist und die Resonanzfrequenz der tiefer abgestimmten Membran erniedrigt hat. Man kann sich diesen Einfluß des vorderen Luftraumes auch so vorstellen, daß die Luft bei der Schwingung der Membran durch enge Querschnitte gepreßt wird, hier größere Amplituden als die Membran selbst macht und so in großer Übersetzung als zusätzliche Masse, d. h. nach unten verstimmend, für die Membran einläuft. Wir kommen auf die Vorgänge in diesem Schwingungssystem des vorderen Luftraumes noch später zurück und wollen auch zeigen, wie man seinen Einfluß auf die Abstimmung des tieferen Systems angenähert berechnen kann.

Außer dieser Änderung der Resonanzfrequenz beobachten wir eine Zunahme der Dämpfung mit kleiner werdendem Abstände. Die Dämpfung beträgt für 2 mm 0,29 und ist damit wohl infolge von Ungenauigkeit der Messung und graphischen Auswertung noch etwas geringer als diejenige der freien Membran. Für 1 mm erhöht sich die Dämpfung aber bereits auf 0,38 und steigt für $\frac{1}{2}$ mm auf 0,55. Diese Zunahme ist nicht auf Rechnung gestrahlter akustischer Leistung zu setzen, da diese, wie man berechnen kann, keine Erhöhung der Dämpfung ergeben kann.²⁾ Wir müssen also annehmen, daß infolge Amplitudenübersetzung der Luft, die sich ja in der vermehrten Schwingungsmasse und Abstimmungserniedrigung

1) Die α -Kurve der Fig. 5 war ursprünglich nicht bis zu so hohen Frequenzen aufgenommen. Nachträglich ist die Resonanzstelle bei 1800 auch für diesen Abstand beobachtet worden.

2) Bringt man Gasräume mit strahlenden Öffnungen vor schwingenden Membranen an und macht man die Öffnungen, wie es hier der Fall ist, kleiner als die Membran, so ergibt eine einfache Rechnung nach a. a. O., daß die Strahlungsdämpfung stets kleiner sein muß, als die der Membran allein, d. h. kleiner als 0,003, wie früher berechnet.



zu erkennen gab, eine Gasreibung entstanden ist, die gleichzeitig die Zunahme der Dämpfung bedingt.

Die Resonanzkurven für geschlossene Schallöffnung sind für die Abstände 2, 1 und $\frac{1}{2}$ mm in den c-Kurven der Figg. 5 bis 7 dargestellt.

Was zunächst ins Auge fällt, ist das starke Ansteigen der Resonanzfrequenz, die auf 1230, 1380 und 1500 in die Höhe gegangen ist. Gleichzeitig hat eine weitere Zunahme der Dämpfung stattgefunden, die jetzt 0,31, 0,40 und 0,76 beträgt. Diese Dämpfungserhöhung rührt von innerer Gasreibung im geschlossenen vorderen Raum her und wächst schnell mit abnehmendem Abstände zwischen den beiden Flächen. Unter Berücksichtigung der Fehler kann man bei 2 mm Abstand die Dämpfung noch zu gleich groß annehmen wie diejenige bei offenem vorderen Gasraum (0,29) und wie bei freier Membran (0,31). Bei dem Abstände von 2 mm ist der Vorgang im vorderen Raum daher noch rein elastisch, und wir können für diesen Fall die Elastizität des Raumes und damit die Erhöhung der Resonanzfrequenz berechnen.

Ist Δa die Mittelpunktsamplitude der Telefonmembran, R ihr Radius, p_0 und v_0 Normaldruck und Volumen des vorderen Gasraumes, Δp die durch das Deformationsvolumen Δv der Membran hervorgerufene Druckamplitude, so ist, da der Vorgang adiabatisch verläuft, abgesehen vom Vorzeichen,

$$\frac{1}{k} \frac{\Delta p}{p_0} = \frac{\Delta v}{v_0}$$

wenn k das Verhältnis der spezifischen Wärmen ist. Nehmen wir das Deformationsvolumen zu

$$\Delta v = \frac{1}{3} \pi R^3 \Delta a^1)$$

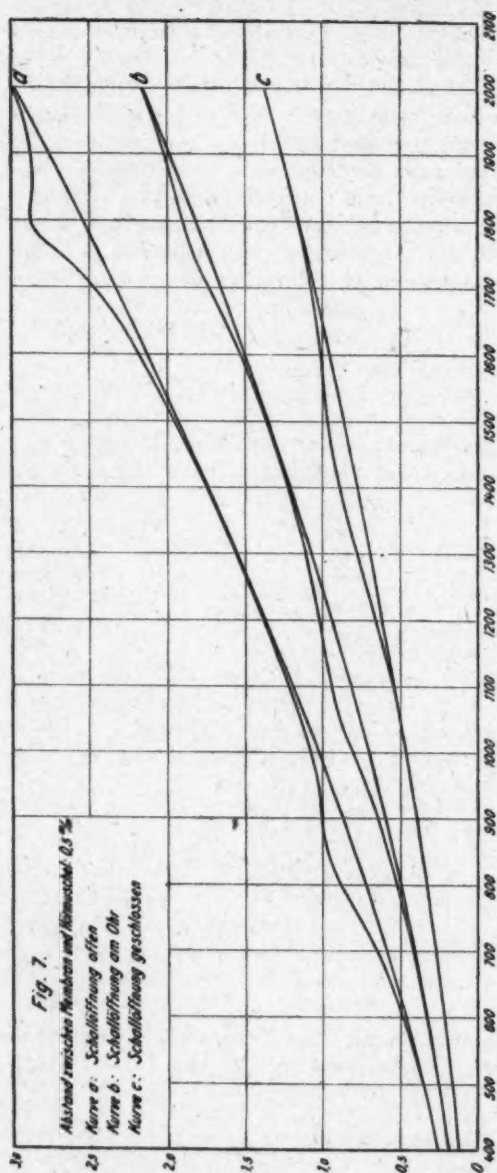
an, so wird die reziproke Gaselastizität

$$\frac{\Delta p}{\Delta a} = \frac{k}{3d} p_0,$$

wenn d der Abstand zwischen Membran und Hörmuschel ist.

Schwingungsmasse und Elastizität sind stetig über die Membranfläche verteilt. Da wir die erstere bei den früheren Berechnungen auf die Mittelpunktsamplitude bezogen haben, werden wir dies zweckmäßig jetzt auch mit der Gaselastizität

1) a. a. O., S. 264.



tun und den gleichmäßig über die Oberfläche verteilten Druck auf eine im Mittelpunkt angreifende Kraft umrechnen, um seinen Einfluß auf die Resonanzfrequenz zu finden.

Da die Berechnung der Elastizität einer so dünnen Membran infolge ihrer inneren Spannungen usw. aus den geometrischen Dimensionen zu schlecht stimmenden Werten führte, wurde durch optische Messung der Mittelpunktsamplitude sowohl für eine im Mittelpunkt angreifende, konstante Kraft ΔP , wie auch für einen konstanten Gasdruck Δp die Elastizität der Membran experimentell ermittelt und gefunden, daß

$$\frac{\Delta P}{\Delta a} = 15 \cdot 10^6 [\text{g sec}^{-2}]$$

$$\frac{\Delta p R^2}{\Delta a} = 14,5 \cdot 10^6 \text{ } ^1)$$

war.

Mithin liefert die Gaselastizität eine äquivalente im Mittelpunkt angreifende Elastizität, deren reziproker Wert

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta a} \right)_{\text{Gas}} = \frac{k R^2 p_0}{3 \cdot \frac{14,5}{15} \cdot d}$$

ist, und für den Fall $d = 2 \text{ mm}$ $18 \cdot 10^6 [\text{g sec}^{-2}]$ beträgt. Die reine Membranelastizität vom reziproken Werte $15 \cdot 10^6$ erteilt der Membran im Vakuum eine Abstimmung von 755 Schwingungen in der Sekunde.²⁾ Da die elastische Wirkung des hinteren Gasraumes die Abstimmung auf 920 erhöhte, so besitzt der hintere Raum eine Elastizität, deren reziproker Wert $7 \cdot 10^6$ ist. Durch die $18 \cdot 10^6$ Einheiten des vorderen Raumes von 2 mm Abstand, muß sich die Abstimmung also weiter auf

$$920 \sqrt{\frac{22 + 18}{22}} = 1240$$

erhöhen, was mit dem beobachteten Werte von 1290 gut übereinstimmt. Für die kleineren Abstände aber bleibt die Beobachtung immer mehr hinter der Rechnung zurück. Der Grund liegt wohl, wie wir schon aus der Zunahme der Dämpfung

1) Aus den Angaben der Hütte 1911, S. 620 würden die Werte $20 \cdot 10^6$ und $25 \cdot 10^6 [\text{g sec}^{-2}]$ folgen.

2) Hieraus berechnet sich die Schwingungsmasse der Membran zu 0,66 g.

schließen konnten, darin, daß bei den kleinen Abständen starke innere Gasreibung die elastische Wirkung schwächt.

Abgesehen von diesen Verlusten tritt aber noch keine eigentliche akustische Leistung auf und, hätten wir es mit einem idealen reibungsfreien Gase zu tun, so würde bei offener wie bei geschlossener Schallöffnung für alle Abstände praktisch der gleiche Reibungs- oder Bremswiderstand herrschen wie bei der freien Membran in Luft und im Vakuum. Die einzigen mechanischen Verluste würden, da wir, wie wir bereits sahen, von Strahlung praktisch absehen können, in dem Membranmaterial und an den Befestigungsstellen auftreten. Da nun bei einem idealen Gase nur Massen- oder elastische Kräfte auftreten würden, die die leerschwingende Energie vergrößern, so müßte die Dämpfung auf alle Fälle eher abnehmen als zunehmen.

Man kann sich den Vorgang im vorderen Raum bei idealem Gase an h so vorstellen, daß es bei offener Schallöffnung nur Bewegungs- und keine Druckzustände, im Falle der geschlossenen Schallöffnung nur Druck- und keine Bewegungszustände gibt. In beiden Fällen ist daher die Leistung Null. Diese tritt erst auf, wenn wir das System Membran-vorderer Gasraum auf ein plastisches Gebilde mit nachgiebigen, arbeitverzehrenden Wänden arbeiten lassen, wie es zum Beispiel der äußere Gehörgang des menschlichen Ohres mit dem abschließenden Trommelfell ist.

Die dritte Schar von Resonanzkurven, in denen das Telephon an das Ohr einer sonst nicht an der Messung beteiligten Versuchsperson gelegt wurde, sind für die Abstände 2, 1 und $\frac{1}{2}$ mm in den b -Kurven der Figg. 5—7 dargestellt. Wie zu vermuten, liegen die Resonanzfrequenzen zwischen denjenigen bei offenem und geschlossenem vorderen Gasraum und zwar für die Abstände 2, 1 und $\frac{1}{2}$ mm bei 1070, 1130 und 1060. Die Resonanzfrequenzen zeigen nicht mehr die Regelmäßigkeiten der bisherigen Messungen. Wahrscheinlich sind die Abweichungen in nicht gleichmäßiger Lage und Druck des Telephons gegen das Ohr der Versuchsperson zu suchen, da hierauf leider nicht genügend geachtet war. Bei Wiederholung solcher Messungen müßte diesem Punkte jedenfalls mehr Aufmerksamkeit geschenkt werden.

Außer diesem Einfluß auf die Resonanzfrequenz hat der

Gehörgang eine stark dämpfende Wirkung. Die Dämpfung für die Abstände 2, 1 und $\frac{1}{2}$ mm beträgt 0,47, 0,64 und 0,82. Bilden wir durch Interpolation der Dämpfung bei offenem und geschlossenem Raum die Verlustdämpfungen für die Resonanzfrequenz des am Ohr liegenden Telephons, so erhalten wir durch Differenzbildung die Nutzdämpfung, die ein Maß für die auf den Gehörgang übertragene Leistung ist. Diese Verlustdämpfungen haben die Werte 0,30, 0,39 und 0,65, die Nutzdämpfungen sind daher 0,17, 0,25 und 0,17. Wir haben nun mit den Verhältnissen $0,17 : 0,47 = 0,36$, $0,25 : 0,64 = 0,39$ und $0,17 : 0,82 = 0,21$ die aus den Resonanzkurven sich ergebenden mechanisch-akustischen Wirkungsgrade zu multiplizieren, um die rein akustischen Wirkungsgrade zu erhalten. Da die ersteren 0,20, 0,11 und 0,10 sind, so berechnen sich die letzteren zu 0,072, 0,043 und 0,021. Bei diesen Wirkungsgraden sind aber, wie schon früher erwähnt, gemäß Bildung der Resonanzkurven bisher nur die Eisenverluste und nicht auch die Kupferverluste in der Wicklung berücksichtigt. Da die den Eisenverlusten entsprechenden Wattwiderstände 880, 910 und 840 Ohm waren, während der Gleichstromwiderstand der Wicklung 960 Ohm betrug, so haben wir die obigen Zahlen mit den Verhältnissen $880 : 1840 = 0,48$, $910 : 1870 = 0,48$ und $840 : 1800 = 0,47$ zu multiplizieren und erhalten als totale akustische Wirkungsgrade für die auf den Gehörgang übertragene Leistung bei den entsprechenden Resonanzfrequenzen die Werte 0,034, 0,021 und 0,010.

Für die Beurteilung der Güte eines Telephons zur Übertragung der menschlichen Sprache interessiert nun aber nicht so sehr die Empfindlichkeit und der Wirkungsgrad an einer bestimmten Resonanzstelle, sondern der Wert der entsprechenden Größen im Bereich der normalen Sprechfrequenzen. Da die letzteren, wie man wohl annehmen kann¹⁾, zwischen 500 und 1000 Perioden, d. h. unterhalb der tieferen, bei etwa 1100 gefundenen Resonanzstelle liegen, so können wir den Wirkungsgrad bei Verstimmung wie folgt berechnen, wenn wir annehmen, daß der Anteil der akustischen Nutzdämpfung an der gesamten Dämpfung bei Resonanz und Verstimmung der gleiche ist. Das Verhältnis der mechanischen Leistungen bei Verstimmung und Resonanz $M : M_R$ haben wir

1) Vgl. K. W. Wagner in seiner bereits zitierten Arbeit.

schon früher angegeben. Wir haben daher nur noch das Verhältnis der entsprechenden Gesamtverluste $V : V_R$ zu bilden, um die Änderung des mechanisch-akustischen Wirkungsgrades mit der Verstimmung zu finden. Nach Fig. 2 und den früher gewählten Bezeichnungen ist die Summe von Verlust- und mechanischer Leistung $V + M = i^2 w$. Drücken wir i durch e aus, so wird

$$V + M = e^2 \frac{w}{(w - w_D)^2 + (\omega L)^2}.$$

Da sich die Spannungen wieder wie die Frequenzen verhalten müssen, so erhalten wir, ganz ähnlich wie früher für das Verhältnis der W , jetzt

$$\frac{V + M}{V_R + M_R} = \left(\frac{\omega}{\omega_R} \right)^2 \frac{w}{w_R} \frac{(w_R - w_D)^2 + (\omega_R L_R)^2}{(w - w_D)^2 + (\omega L)^2}.$$

Nennen wir den mechanisch-akustischen Wirkungsgrad bei Resonanz bzw. Verstimmung η_R bzw. η , so ist

$$\eta_R = \frac{M_R}{V_R + M_R} \quad \text{und} \quad \eta = \frac{M}{V + M}$$

und daher

$$\eta = \eta_R \frac{M}{M_R} \frac{V_R + M_R}{V + M}.$$

Setzt man in diese Gleichung für

$$\frac{V_R + M_R}{V + M}$$

den eben abgeleiteten Wert und für M/M_R den früher gefundenen ein, so erhält man η ausgedrückt durch η_R , durch die gemessenen Werte der Watt- und wattlosen Widerstände und durch die Dämpfung. Dieses Verhältnis von $\eta : \eta_R$ stellt nun unter der obigen Annahme auch das Verhältnis der rein akustischen Wirkungsgrade bei Verstimmung und Resonanz dar, und nach dieser Formel sind die akustischen Wirkungsgrade des Telephons für 1000, 800, 600 und 400 Perioden pro Sekunde berechnet. Es ergeben sich für die Abstände von 2, 1 und $\frac{1}{2}$ mm in Promille die Werte 20, 10 und 9 für 1000 Perioden, 2,8, 2,3 und 2,3 für 800 Perioden, 0,82, 0,80 und 0,74 für 600 Perioden und 0,30, 0,30 und 0,22 für 400 Perioden. Wie man sieht, nimmt der Wirkungsgrad des Telephons am Ohr mit zunehmender Verstimmung stark ab und ist bei

großer Verstimmung fast unabhängig von den Abständen zwischen Membran und Hörmuschel. Ein Sprechversuch bei den Abständen 2, 1 und $\frac{1}{2}$ mm zeigte keine wesentliche Änderung in Klangfarbe und Lautstärke und bestätigte hierdurch das erhaltene Resultat, da man, wie schon erwähnt, nach den Angaben in der Literatur schließen kann, daß die wichtigeren Frequenzen der menschlichen Sprache innerhalb des Tonerreiches von 500—1000 Perioden liegen.

Wir wollen noch erwähnen, daß die Messungen in der Brücke mit Strömen von etwa 10^{-4} Amp. im Telephon ausgeführt wurden, was einem ziemlich kräftigen Ton entspricht.

Bevor wir zu Vergleichen mit bisher von anderen Beobachtern direkt oder indirekt ermittelten Wirkungsgraden übergehen, wollen wir noch angeben, wie wir uns die Bewegung der Luft im vorderen Gasraum bei offener Schallöffnung vorstellen, und wie man ihren Masseneinfluß berechnen kann, nachdem wir früher gezeigt haben, wie man bei geschlossener Schallöffnung ihren elastischen Einfluß rechnerisch ermitteln kann.

Die Resonanzstelle bei 1800 rührt, wie wir schon früher sagten, vom Einfluß des vorderen Gasraumes her, der ganz oder teilweise offen als Helmholtzscher Resonator schwingen kann. Dies kann man wohl mit Sicherheit annehmen, da die Resonanzstelle nicht bei geschlossener Schallöffnung auftritt, und da es des weiteren möglich war, bei festgehaltener Membran durch Anblasen des vorderen Gasraumes und durch Erregung mit Stimmgabeln veränderlicher Frequenz einen Eigenton von etwa 2000 direkt mit dem Ohr zu bestimmen.

Um die Resonanzfrequenz des vorderen als offenen oder Helmholtzschen Resonator schwingenden Gasraumes zu berechnen, hat man sich die Schwingungsenergie einmal in rein potentiellern Zustande gleichmäßig im Gasraum und zweitens in rein kinetischem Zustande in dem engsten Querschnitt lokalisiert zu denken. Als Gasraum wollen wir den Raum zwischen Membran und Hörmuschel annehmen, abzüglich des durch die Schallöffnung gebildeten Zylinders, während der kleinste Querschnitt, in dem die größte Geschwindigkeit auftritt, die Mantelfläche dieses Zylinders ist.

Die Elastizität des eben beschriebenen Gasraumes ist bei festgehaltener Membran allein bestimmend für die Eigen-

frequenz des vorderen Luftraumes, während bei freier Membran noch die Elastizität der Membran teilweise hinzutritt und, da sie mit der Gaselastizität in Serie geschaltet ist, den Eigenton des Luftresonators gegenüber demjenigen bei festgehaltener Membran von 2000 auf etwa 1800 erniedrigt. Im Folgenden ist für die Berechnung der Schwingungsmasse die Eigenfrequenz des Resonators mit starren Wänden zugrunde gelegt, während das Amplitudenübersetzungsverhältnis von Luftmasse zu Membranmasse aus den geometrischen Dimensionen abgeleitet ist.

Nennen wir den Radius der Telephonmembran R , den der Schallöffnung r und den Abstand zwischen Membran und Hörmuschel d , so ist die Größe des Gasraumes des Resonators $\pi d (R^2 - r^2)$ und diejenige der Öffnung $2\pi r d$. Ist m die im kleinsten Querschnitt schwingende Luftmasse und Δr ihre Amplitude, so erhalten wir durch Gleichsetzen der kinetischen und potentiellen Form der Schwingungsenergie die Gleichung

$$\frac{m (\omega \Delta r)^2}{2} = \frac{\Delta v \cdot \Delta p}{2}.$$

Da nun

$$\Delta v = 2\pi r d \Delta r$$

und, wie wir früher sahen,

$$\frac{1}{k} \frac{\Delta p}{p_0} = \frac{\Delta v}{v_0}$$

ist, so wird

$$m = \frac{4\pi d k p_0}{\omega^2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{R}{r}\right)^2 - 1}.$$

Für $d = 2$ mm und $\omega = 2\pi \cdot 2000$ finden wir als Schwingungsmasse 0,002 g. Derjenige Teil des Deformationsvolumens, der durch den kleinsten Resonatorquerschnitt gepreßt wird, beträgt

$$\left(\frac{R^2}{3} - r^2\right) \pi \Delta a.$$

Durch Gleichsetzen dieses Ausdruckes mit dem obigen Werte für Δv finden wir die Beziehung

$$\frac{\Delta r}{\Delta a} = \frac{\frac{1}{3} R^2 - r^2}{2 r d}.$$

Für $d = 2$ mm berechnet sich dieses Übersetzungsverhältnis der Amplituden zu 6,3. Da die Massen mit dem Quadrate des Übersetzungsverhältnisses einlaufen, können wir uns

die Luftmasse von 0,002 g mit der Amplitude Δr auch als $0,002 \cdot 6,3^2 = 0,08$ g im Mittelpunkt der Membran schwingend denken. Die Kenntnis dieses Massenzuwachses gestattet nun die Erniedrigung der Resonanzfrequenz zu berechnen, die beim Übergang von der freien Membran zu der auf den vorderen offenen Gasraum arbeitenden eintritt und nach unserer früheren Annahme gerade auf diesem Massenzuwachs beruhte. Schwingungszahl und Schwingungsmasse der freien Membran waren 920 und 0,66 g. Es muß daher die Schwingungszahl der mit der eben berechneten zusätzlichen Luftmasse belasteten Membran sein

$$920 \sqrt{\frac{0,66}{0,66 + 0,08}} = 870,$$

was mit dem beobachteten Wert übereinstimmt.

Trotzdem die Kurven für den Abstand von 2 mm nicht bis zur Stelle der Gasraumresonanz von 1800 ursprünglich fortgesetzt waren, haben wir doch die Rechnung für diesen Fall beispielsweise durchgeführt, da der Schwingungsvorgang hierbei, wie wir früher durch die Betrachtung der Dämpfung erkannten, noch nicht durch Reibungsvorgänge gestört ist, und da nur in diesem Falle anzunehmen ist, daß tatsächlich ein Strömen des Gases in den engsten Querschnitten mit so hoher Geschwindigkeit eintritt, wie es die Rechnung verlangt. Gerade das Auftreten von Dämpfung bei kleineren Abständen beweist, daß die auf Grund der rein geometrischen Vorstellung errechnete Gasgeschwindigkeit gar nicht eintritt, sondern sich vorher in Reibung auflöst. In der Tat sind auch die experimentell gemessenen Erniedrigungen der Membranresonanz bei kleineren Abständen und größerer Dämpfung viel geringer als die auf Grund vorstehender Theorie berechneten, die die Reibungseinflüsse gar nicht berücksichtigt.

Wir wollen noch auf ein Experiment aufmerksam machen, das wohl schon von manchem Beobachter gelegentlich gemacht ist, bisher aber vielleicht noch keine genügende Erklärung gefunden hat. Da das offene und am Ohr liegende Telephon verschiedene Resonanzfrequenzen hat, wird man, wenn das Telephon zum Empfang eines Tones fester Frequenz zwischen diesen beiden Resonanzfrequenzen dient, die zunächst merkwürdig anmutende Beobachtung machen, daß bei schwachen

Abheben des Telephons vom Ohr der Ton in einer bestimmten Stellung lauter wird. Da man durch verschieden starkes Andrücken an das Ohr die Resonanzfrequenz zwischen den beiden Grenzen variieren kann, ist die Erklärung wohl ohne weiteres verständlich.

III. Vergleich mit den Ergebnissen anderer Beobachter.

Ein direkter Vergleich unserer Resultate mit denen anderer Beobachter ist kaum möglich, da, soviel uns bekannt, der Wirkungsgrad des Telephons als eines am Ohr liegenden Hörapparates bisher nicht bestimmt worden ist. In neuerer Zeit haben M. Pirani und P. Paschen¹⁾ Telephone untersucht und u. a. den Wirkungsgrad einer Anordnung bestimmt, in der zwei Zungentelephone geringer Dämpfung und nahezu gleicher Abstimmung in sehr fester Kopplung aufeinander geschaltet waren und so einen elektrisch-mechanischen — mechanisch-elektrischen Transformator darstellen. Ohne auf die eigentlichen Messungen und Rechnungen, die ohne Kenntnis der Resonanzkurve der gekoppelten Systeme uns nicht möglich erscheinen, eingehen zu wollen, können wir nur feststellen, daß für den Fall der normalen Benutzung des gewöhnlichen Telephons aus den Zahlen der Beobachter nichts geschlossen werden kann.

H. Abraham²⁾ hat versucht, die Aufgabe, den Wirkungsgrad eines Telephons zu bestimmen, auf statische Probleme zurückzuführen und kann daher nicht zu einwandfreien und überzeugenden Resultaten gelangen. Für ihn steht die ganze Elastizität in der Membran, während wir experimentell gefunden haben, daß diese nur etwa die Hälfte der gesamten Elastizität des Schwingungssystems beträgt. Ohne Rücksicht auf die Dämpfung setzt er als Höchstwert für die pro Periode abgegebene Energie die gesamte leerschwingende Energie des Systems und nimmt an, daß alle abgegebene Energie Nutzenergie ist. Auf diese Weise findet er für den Wirkungsgrad seines Telephons bei 200 Perioden etwa $1\frac{1}{100}\%$, ein Wert, der, mit unseren verglichen, viel zu groß erscheint. Alle von

1) Verhandlungen der deutschen physikalischen Gesellschaft 21. S. 43. 1919.

2) Compt. rend. 144. S. 906. 1907.

Abraham gemachten Annahmen liefern zu große Werte für den Wirkungsgrad, und es lag ja auch in der Absicht des Verfassers, eine obere Grenze für den Wirkungsgrad zu finden. Nimmt man an, daß Abrahams Telephon akustisch ebenso gebaut ist wie das von uns untersuchte, und schätzt man seine Vernachlässigungen nach unseren Messungen ab, so ergibt sich, daß wir Abrahams Zahl mit etwa $\frac{1}{100}$ ¹⁾ multiplizieren müssen, um den akustischen Wirkungsgrad seines Telephons für 200 Perioden zu erhalten. Wir finden dann etwa 0,02 Promille, was sich an unsere Zahlen gut anschließen würde.

Ein weiterer Vergleich mit den Messungsergebnissen eines anderen Beobachters wurde durch die Arbeit M. Wiens über die Empfindlichkeit des menschlichen Ohres für Töne verschiedener Höhe²⁾ möglich. Aus bestimmten Gründen wählten wir als Frequenz, bei der dieser Vergleich ausgeführt wurde, 1000 Perioden pro Sekunde. Die Stromstärke, die eben noch eine Tonempfindung hervorrief, betrug bei unserem Telephon $1,1 \cdot 10^{-9}$ Amp., was einer aufgenommenen Leistung von $2,1 \cdot 10^{-15}$ Watt entspricht. Da der Wirkungsgrad für 1000 Perioden 0,009 beträgt, werden auf den Gehörgang $1,9 \cdot 10^{-17}$ Watt übertragen. Aus den Wienschen Zahlen folgt durch Interpolation als Reizwatt für das menschliche Ohr bei 1000 Perioden $1,6 \cdot 10^{-10}$ Watt, also etwa nur der 120. Teil unseres Wertes. Da die Wienschen Zahlen sowohl wie unsere das Mittel von mehreren Beobachtern sind, wollen wir die Reizschwelle des Ohres als konstant annehmen. Dann folgt aber, daß entweder unser Wirkungsgrad trotz seiner absoluten Kleinheit noch um das 120fache zu groß oder die berechnete Wiensche Reizleistung um das 120fache zu klein ist. Um diese Frage entscheiden zu können, müssen wir uns zunächst die Versuchsanordnung nach Wien vergegenwärtigen.

Wien befestigt in einer starren ebenen unendlichen Wand ein Telephon, mißt für eine bestimmte Stromstärke optisch die Membranamplitude und berechnet hieraus die in den

1) Die Vernachlässigung der Gaselastizität liefert den Faktor 2, der Ersatz der pro Periode abgegebenen Energie durch die leerschwingende Energie bei der Dämpfung 0,82 den Faktor $\pi/0,82 = 4$ und die Annahme, daß alles Nutzenergie sei, den Faktor $0,82/0,17 = 5$, insgesamt 40.

2) Pflügers Archiv für die ges. Physiologie 97. S. 1. 1903.

Halbraum gestrahlte Leistung. In etwa 30 cm Entfernung befindet sich der Kopf des Beobachters, und die Stromstärke des Telephons wird solange geschwächt, bis eben noch eine Tonempfindung vorhanden ist. Durch Extrapolation findet Wien für die Reizschwelle die mechanische Amplitude und hieraus die Schwellenintensität pro Flächeneinheit am Eingang des Gehörganges. Diese Zahlen multipliziert er mit $\frac{1}{3} \text{ cm}^2$, der Oberfläche des Trommelfelles, und findet hieraus und aus der Annahme, daß bei 1000 Perioden die Anzahl der Schwingungen, welche notwendig ist, um eine Tonempfindung zu erzeugen, 2 beträgt, die Reizenergie; hieraus haben wir rückwärts die obige Reizleistung berechnet.

Zunächst glaubten wir die Wiensche Annahme nachprüfen zu müssen, daß eine in einem Schirm, wie er durch den menschlichen Kopf dargestellt wird, befindliche Schallsenke nur die Energie aus einem Schallfelde aufnimmt, die ihrem Querschnitt entspricht. Wir wählten eine ähnliche Anordnung wie Wien, befestigten ein Telephon in einer starren ebenen unendlichen Wand und führten in etwa 30 cm Abstand die Mündung eines Rohres von $\frac{1}{3} \text{ cm}^2$ Öffnung, das einmal frei endete und dann von einer künstlichen Kopfhälfte mit Ohrmuschel aus Gips umgeben werden konnte, so daß in diesem Falle das Rohr gewissermaßen den Gehörgang bildete. Das Rohr führte in ein benachbartes Zimmer an das Ohr des Beobachters. Wir konnten feststellen, daß das im künstlichen Kopf und Ohr endende Rohr bei 1000 Perioden etwa 15 mal soviel Energie aus dem Schallfelde aufnahm, als das frei endende. Man kann sich diesen Vorgang so vorstellen, daß die in unmittelbarer Nachbarschaft an der freien Rohrmündung vorbeiwandernde Energie im Falle des abschirmenden Kopfes teils zu Reflexion, teils zur Abwanderung in die Senke veranlaßt wird, und daß eine in einem Schirm endende Schallsenke ähnlich wie eine Energie aufsaugende Antenne wirkt.¹⁾

1) Für einen in Resonanz-erregten Empfänger würde bei Gleichheit von Nutz- und Strahlungsdämpfung und bei Abwesenheit jeder schädlichen Dämpfung nach H. Lichte, Physikal. Zeitschr. 18, S. 393. 1917 die maximale äquivalente Absorptionsfläche $(0,22 \lambda)^2 \pi = 170 \text{ cm}^2$ sein, und daher etwa 600 mal so viel Energie aus dem Schallfelde aufgenommen werden, als einer $\frac{1}{3} \text{ cm}^2$ großen Fläche entspricht.

Tatsächlich ist dann also bei Wien nicht $1,6 \cdot 10^{-10}$, sondern $2,4 \cdot 10^{-12}$ Watt auf den Gehörgang übertragen, und unsere und Wiens Zahlen unterscheiden sich nur noch wie 8:1.

Diesen Unterschied kann man nun vielleicht noch folgendermaßen erklären: Wir haben schon erwähnt, daß Wien sehr weit extrapolieren muß von der großen Amplitude des Telephons, mit der es optisch geeicht wird, bis auf diejenige, bei der er in etwa 30 cm Entfernung eben noch eine Tonempfindung hat. Auch wir haben bei der Vergleichsrechnung angenommen, daß der bei etwa 10^{-4} Amp. gemessene Wirkungsgrad bis zur Reizstromstärke, die nur den 10^{-5} ten Teil an Stromstärke erfordert, konstant bleibt. Da Wien aus dem Gebiet sehr hoher Eisensättigung bei seiner Extrapolation zu mittleren Werten der Sättigung kommt, ist seine tatsächlich gestrahlte Leistung wohl sicher größer als die berechnete, und da wir aus mittlerer Sättigung zu dem Gebiet der Anfangspermeabilität herabsinken, so ist unser Wirkungsgrad für die Reizstromstärke wohl sicher kleiner, als derjenige für starke Sprechströme, für die er ermittelt ist. Mit Rücksicht auf den Abfall der Permeabilitätskurve von ihrem Maximum bei mittlerer Sättigung nach beiden Seiten hin, möchten wir ohne Bedenken annehmen, daß hierdurch jedesmal Änderungen von etwa 8:1 eintreten können, wodurch der Unterschied zwischen Wien und uns seine Erklärung finden würde.

Man müßte daher die Wienschen Schwellenwerte in der Nähe von 1000 Perioden pro Sekunde mit etwa 50 multiplizieren, um richtige Werte zu erhalten. Bei hohen Frequenzen kann diese Umrechnungszahl noch größer werden, bei tieferen vielleicht kleiner. Es ergibt sich somit, daß der von uns ermittelte Wirkungsgrad um ebenso viel unter dem von Abraham geschätzten liegt als oberhalb eines Wertes, wie er aus den Wienschen Messungen folgt.

Es wäre jedenfalls sehr wünschenswert, wenn nach der Wienschen oder nach unserer Methode oder noch besser gleichzeitig nach beiden bald einwandfreie Messungen der Reizleistung für das menschliche Ohr vorgenommen würden. Nach unserer Methode ließe sich sicherlich in unserem Beispiel noch für 10^{-5} und 10^{-6} Amp. die Resonanzkurve aufnehmen und dann wohl durch graphische Extrapolation der Wirkungsgrad für die Reizstromstärke ermitteln und damit die Empfindlich-

keit des menschlichen Ohres von neuem experimentell bestimmen. Da wir auf diese Arbeiten zunächst nicht mehr zurückzukommen gedenken, würden wir uns freuen, hierdurch Anregung für diese sehr wichtige und interessante Untersuchung gegeben zu haben.

Zusammenfassung.

Im Anschluß an eine an anderer Stelle von uns mitgeteilte Theorie des Telephons ist eine Untersuchungsmethode der akustischen Vorgänge in einem Telephon entwickelt und experimentell durchgeführt. Insbesondere ist für Sprechfrequenzen, die im Tonbereich von 500 bis 1000 Perioden angenommen sind, der Wirkungsgrad, d. h. das Verhältnis der auf den Gehörgang übertragenen Energie zu der aufgenommenen bestimmt und zu etwa 1 bis 10 Promille gefunden worden.

Kiel, im Mai 1919.

(Eingegangen Juni 1919.)

3. *Ausbreitung elektromagnetischer Wellen über einem ebenen Leiter;* *von H. Weyl.*

§ 1. Das Problem.

Die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen im Raum, der zur Hälfte von einem homogenen Dielektrikum, zur andern von einer homogenen Substanz endlicher Leitfähigkeit erfüllt ist (eine Ebene soll die gemeinsame Grenze beider Teile sein), ist von Sommerfeld in einer bekannten Arbeit untersucht worden.¹⁾ Ich glaube aber, daß die dort zur Diskussion der Lösung eingeschlagene Methode dem Problem zu wenig angepaßt ist, und möchte daher im folgenden auf eine andere hinweisen, welche mir auf natürlicherem Wege zu durchsichtigeren und vollständigeren Resultaten zu führen scheint.

Die Grundformel. Wir benutzen rechtwinklige Koordinaten xyz . Im Nullpunkt O befinde sich der Ursprung einer Kugelwelle. Eine solche kann — in einem Halbraum wie $z \geq 0$ — aufgefaßt werden als Superposition von lauter ebenen Wellen verschiedener Richtung, wobei Richtungskegel der gleichen Größe mit der gleichen Intensität zur Geltung kommen. Es gilt nämlich im Gebiete $z > 0$ die folgende Formel

$$(1) \quad \Pi_0 = \frac{e^{-ikR}}{-ikR} = \frac{1}{2\pi} \int e^{-ik(\alpha x + \beta y + \gamma z)} d\omega.$$

Darin ist k eine reelle positive Konstante, R ist die Entfernung des im oberen Halbraum gelegenen Punktes $P = (xyz)$ vom Ursprung. $(\alpha\beta\gamma)$ bezeichnet einen Punkt auf der Einheitskugel, nach dem integriert wird, — es ist also, wenn ϑ, φ die zur z -Achse gehörigen Polarkoordinaten sind,

$$\alpha = \sin \vartheta \cos \varphi, \quad \beta = \sin \vartheta \sin \varphi, \quad \gamma = \cos \vartheta \quad —$$

1) Über die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie. Ann. d. Phys. 28. S. 665—736. 1909.

und

$$d\omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$$

das Oberflächenelement der Einheitskugel. Es ist zu integrieren nach φ von 0 bis 2π , nach ϑ über den in der Fig. 1 breit



Fig. 1.

ausgezogenen Weg in der komplexen ϑ -Ebene; auf ihm durchläuft $\sin \vartheta$ die positiven Werte von 0 bis ∞ , bleibt der schließlich ins Positiv-Unendliche wachsende Realteil von $ik \cos \vartheta$ durchweg ≥ 0 . Diese Umstände verbürgen die Konvergenz des Integrals im oberen Halbraum. Man muß also nicht nur alle ebenen Wellen zusammenfassen, deren Fortpflanzungsrichtung $(\alpha \beta \gamma)$ mit der z -Achse einen Winkel ϑ zwischen 0 und $\pi/2$ bildet, sondern noch eine kontinuierliche Serie komplexer

Neigungswinkel ϑ hinzunehmen.

Der Beweis für (1) ist leicht erbracht. Wir führen Polarkoordinaten η, ψ zur Achse OP ein; dann wird das Integral auf der rechten Seite

$$= \frac{1}{2\pi} \int e^{-ikR \cos \eta} \sin \eta d\eta d\psi.$$

Der Integrationsbereich ist in den Variablen η, ψ zunächst ein anderer (durch andere Ungleichungen zu beschreibender) als in den Variablen ϑ, φ ; nach dem Cauchyschen Integralsatz können wir ihn aber durch den gleichen ersetzen: so daß jetzt wieder ψ von 0 bis 2π , η längs des oben gezeichneten Weges läuft. Die Integration nach ψ vollziehend und

$$ikR \cos \eta = \tau$$

als Integrationsvariable an Stelle von η einführend, erhalten wir dann

$$\frac{1}{-ikR} \int_{ikR}^{\infty} e^{-\tau} d\tau = \frac{1}{-ikR} \left[e^{-\tau} \right]_{\infty}^{ikR} = \frac{e^{-ikR}}{-ikR}.$$

Sommerfeld benutzt zur Darstellung von H_0 diejenige Formel, welche aus der unsrigen (1) hervorgeht, wenn die Integration nach φ ausgeführt wird.¹⁾ Aber gerade dadurch

1) Vgl. indes seine Bemerkungen auf S. 733, insbesondere Gl. (64).

wird die auf dem Cauchyschen Integralsatz beruhende Freiheit der Verlagerung des Integrationsbereichs von vornherein so eingeschränkt, daß eine natürliche Diskussion unmöglich wird. Man muß nämlich, um die Verhältnisse in einem Punkte P bequem zu überblicken, Polarkoordinaten zur Achse OP einführen, also auf der Einheitskugel um diese Achse und nicht um die z -Achse herum integrieren.

Die Lösung. Ein im Punkte O in der Richtung der z -Achse schwingender Dipol sende ungedämpfte Schwingungen aus. Das homogene Medium habe die Dielektrizitätskonstante ϵ , die Permeabilität 1, die Leitfähigkeit σ . c sei die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, ν die Frequenz; t bedeutet die Zeit. Das Feld leitet sich aus einer Hertzschen Funktion $e^{i\nu t} \cdot \Pi_0$ her; dabei ist

$$k^2 = \left(\frac{\nu}{c}\right)^2 \left\{ \epsilon - \frac{i\sigma c}{\nu} \right\}.$$

Wir nehmen jetzt an, der obere Halbraum $z > 0$ sei von einem Dielektrikum erfüllt ($\sigma = 0$, k reell und > 0); im unteren Halbraum $z < 0$ aber befinde sich eine Substanz endlicher Leitfähigkeit. Die auf sie bezüglichen Größen (z. B. k') sollen durch einen Akzent charakterisiert werden. Der Dipol befinde sich zunächst nicht im Nullpunkt, sondern auf der z -Achse im Abstand d oberhalb des Nullpunktes. Die einfallende Welle leitet sich dann aus der soeben angegebenen Hertzschen Funktion her. Im oberen Halbraum bildet sich außerdem eine reflektierte Welle, im unteren eine gebrochene aus von der gleichen Frequenz ν ; auch sie entspringen aus je einer Hertzschen Funktion

$$e^{i\nu t} \cdot \Pi_r, \quad e^{i\nu t} \cdot \Pi'.$$

Für das gesamte Feld im oberen Halbraum ist die Funktion $\Pi = \Pi_0 + \Pi_r$ maßgebend. Die Grenzbedingungen an der Trennungsebene $z = 0$ verlangen, daß Π und $\frac{1}{k^2} \frac{\partial \Pi}{\partial z}$ stetig hindurchgehen:

$$\Pi = \Pi', \quad \frac{1}{k^2} \frac{\partial \Pi}{\partial z} = \frac{1}{k'^2} \frac{\partial \Pi'}{\partial z} \quad \text{für } z = 0.$$

Wir zerlegen die Kugelwelle Π_0 in ebene: im Gebiete $z < d$, also insbesondere auf der Trennungsebene, gilt

$$\Pi_0 = \frac{1}{2\pi} \int e^{-ik(ax + \beta y + \gamma(d-z))} d\omega.$$

Zu jeder der ebenen Partialwellen bestimmen wir die reflektierte und gebrochene; durch ihre Summation erhalten wir dann Π_r und Π' . Aus der einfallenden Welle

$$e^{-ik(ax + \beta y + \gamma(d-z))} \quad (0 \leq z < d)$$

entsteht die reflektierte

$$e^{-ik(ax + \beta y + \gamma(d+z))} \cdot f_r \quad (z \geq 0)$$

und die gebrochene

$$e^{-ik'(a'x + \beta'y - \gamma'z)} e^{-ik\gamma d} f' \quad (z \leq 0)$$

$[f_r$ und f' sind unabhängig von $xyz]$. Die Grenzbedingungen liefern zunächst das geometrische Brechungsgesetz

$$(2) \quad k \sin \vartheta = k' \sin \vartheta' \quad (\varphi = \varphi')$$

und außerdem die Gleichungen

$$1 + f_r = f', \quad \frac{\gamma}{k} (1 - f_r) = \frac{\gamma'}{k'} f';$$

daraus

$$f' = \frac{2k'\gamma}{k\gamma' + k'\gamma}.$$

Ist $\frac{k'}{k} = n$ der komplexe Brechungsindex, so gilt also wegen (2)

$$f' = \frac{2n^2\gamma}{n^2\gamma + \sqrt{\gamma^2 + (n^2 - 1)}}.$$

Die Wurzel ist als eine stetige Funktion auf unserm Integrationswege so zu nehmen, daß sie für unendlich großes γ gleich γ wird. Im Gebiete $z > d$ ist

$$\Pi = \frac{1}{2\pi} \int e^{-ik(ax + \beta y + \gamma z)} \{e^{ik\gamma d} + e^{-ik\gamma d} f'\} d\omega.$$

Lassen wir jetzt die Quelle auf die Trennungsebene, in den Nullpunkt hineinrücken, also d gegen 0 konvergieren, so ergibt sich im Limes

$$(3) \quad \begin{cases} \Pi = \frac{1}{2\pi} \int e^{-ik(ax + \beta y + \gamma z)} \cdot f' d\omega, \\ \Pi' = \frac{1}{2\pi} \int e^{-ik'(a'x + \beta'y - \gamma'z)} \cdot f' d\omega, \end{cases}$$

Π wird aber jetzt im Nullpunkt nicht mehr so unendlich wie Π_0 , sondern wie

$$(4) \quad \frac{2n^2}{n^2 + 1} \cdot \Pi_0.$$

Denn es ist

$$f' = \frac{2n^2}{n^2 + 1} + \text{einer Funktion } f_*,$$

die für $\gamma = \infty$ in zweiter Ordnung verschwindet. Spaltet man entsprechend den Ausdruck (3) von Π in zwei Summanden, so ist der erste = (4), der zweite aber bleibt im Nullpunkt endlich, da das Integral

$$\int |f_* d\omega|$$

einen endlichen Wert besitzt. Wir wollen zu Π einen derartigen konstanten Faktor hinzufügen, daß es im Nullpunkt wieder so unendlich wird wie Π_0 . Dann haben wir schließlich

$$(5) \quad \Pi = \frac{1}{2\pi} \int e^{-ik(\alpha x + \beta y + \gamma z)} f d\omega,$$

$$(6) \quad f = \frac{(n^2 + 1)\gamma}{n^2 \gamma + \sqrt{\gamma^2 + (n^2 - 1)}} = f(\gamma).$$

Wir schreiben noch $\Pi = \Pi_0 \cdot F$. Die Untersuchung dieses Faktors F , dessen absoluter Betrag die durch Anwesenheit des Leiters bedingte Schwächung der Kugelwelle, dessen Äzimat die Phasenverschiebung angibt, ist unsere Aufgabe; im Ursprung ist $F = 1$. Wir beschränken uns darauf, die Ausbreitung der Welle im Dielektrikum zu verfolgen.

§ 2. Diskussion für einen komplexen Brechungsindex von mäßiger Größe.

Ein beliebiger Punkt P im oberen Halbraum habe von der Trennungsebene den Abstand $z (> 0)$, von der z -Achse den Abstand r , vom Ursprung R ; OP bilde mit der z -Achse den Winkel ϑ_0 :

$$\gamma_0 = \cos \vartheta_0 = \frac{z}{R}, \quad \sin \vartheta_0 = \frac{r}{R}.$$

Wir setzen jetzt zur Vereinfachung $k = 1$, d. h. wir benutzen den 2π ten Teil der Wellenlänge im Dielektrikum als Maßeinheit für alle vorkommenden Entfernungen. R sei (im Vergleich zur Wellenlänge) eine große Zahl. Indem wir Polarkoordinaten η, ψ zur Achse OP einführen, wobei wir die Ebene durch z -Achse und OP als Nullmeridian benutzen, erhalten wir

$$(7) \quad \Pi = \frac{1}{2\pi} \int e^{-iR \cos \eta} \cdot f \sin \eta d\eta d\psi.$$

Dabei ist in $f = f(\gamma)$ für γ einzusetzen:

$$(8) \quad \gamma = \cos \vartheta = \cos \vartheta_0 \cos \eta + \sin \vartheta_0 \sin \eta \cos \psi.$$

Es ist nach ψ zu integrieren von 0 bis 2π , nach η am besten längs eines solchen Weges (er ist in Fig. 1 gestrichelt eingetragen), der zunächst vom Punkte $\eta = 0$ im Gebirge des Imaginärteils von $\cos \eta$ möglichst steil in die Tiefe führt ($1 - \cos \eta$ rein imaginär).¹⁾ Die Integration nach ψ denken wir uns ausgeführt; wir erhalten den Mittelwert

$$\bar{f} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f d\psi$$

und mit der neuen Integrationsvariablen

$$t = \frac{1 - \cos \eta}{i}$$

an Stelle von η :

$$(9) \quad F = R \int_0^{\infty} e^{-Rt} \cdot \bar{f} dt.$$

Dieser Ausdruck läßt ohne weiteres erkennen, daß nur der erste Anfang des Integrationsweges einen wesentlichen Beitrag zum Wert des Integrals leistet; es kommt also bei der Integration auf der Einheitskugel im wesentlichen nur die unmittelbare Umgebung des in der Richtung OP gelegenen Punktes in Betracht. In erster Annäherung (wobei der begangene Fehler von der Größenordnung $1/R$), können wir \bar{f} durch seinen Wert für $t = 0$, d. i. $f(\cos \vartheta_0)$ ersetzen und erhalten

$$(10) \quad F \sim f(\cos \vartheta_0).$$

In Entfernungen vom Erreger, die groß sind gegenüber der Wellenlänge, hängt also Schwächung und Phasenverschiebung der Kugelwelle nur ab von der Richtung OP , und zwar in der aus (6), (10) ersichtlichen Weise. Insbesondere ist zu bemerken, daß $f(\cos \vartheta_0)$ verschwindet für $\vartheta_0 = \pi/2$. In erster Annäherung wird demnach die längs der trennenden Oberfläche selbst fortschreitende Erregung zu 0 abgeschwächt. Der Grund dafür ist

1) In seinem weiteren Verlauf muß er freilich von dieser Paßstraße abführen, damit die Singularitäten von f vermieden werden. In § 3 kommen wir genauer darauf zurück.

aus unserer Herleitung klar. Diejenigen in der Kugelwelle enthaltenen ebenen Wellen, welche unter Winkeln ϑ von der Quelle ausgehen, welche nur wenig *kleiner* als $\pi/2$ sind, werden fast vollständig zerstört von solchen, die durch Reflexion aus Wellen entstanden sind, deren Winkel ϑ wenig *größer* sind als $\pi/2$.

(10) ist das erste Glied einer asymptotischen Entwicklung nach Potenzen von $1/R$. Man sieht zunächst leicht, daß f eine Entwicklung nach ganzen positiven Potenzen von t in der Umgebung der Stelle $t=0$ zuläßt. Man bilde dazu die Taylorreihe

$$f(\gamma) = f_0 + \frac{f'_0}{1!}(\gamma - \gamma_0) + \frac{f''_0}{2!}(\gamma - \gamma_0)^2 + \dots$$

Auf das einzelne Potenzglied

$$(\gamma - \gamma_0)^h = [\cos \vartheta_0 (\cos \eta - 1) + \sin \vartheta_0 \sin \eta \cos \psi]^h$$

wende man den binomischen Lehrsatz an und integriere nach ψ : es bleiben nur diejenigen Glieder stehen, welche den zweiten Summanden in einer geraden Potenz enthalten, in denen also η nur als ganzzahlige Potenz von

$$\sin^2 \eta = (1 - \cos \eta)(1 + \cos \eta) = it(2 - it)$$

auftritt. Das Integral von $(\gamma - \gamma_0)^h$ nach ψ ist somit ein Polynom in t , in welchem $t^{h/2}$ oder $t^{\frac{h+1}{2}}$ die niedrigste vorkommende Potenz ist, je nachdem h gerade oder ungerade. Das erste Glied der Entwicklung

$$(11) \quad f = a_0 + \frac{a_1}{1!}t + \frac{a_2}{2!}t^2 + \dots$$

ist natürlich $a_0 = f(\gamma_0) = f_0$, das zweite

$$a_1 = \frac{1}{i} \left\{ f'_0 \gamma_0 - \frac{f''_0(1 - \gamma_0^2)}{2} \right\}.$$

Aus (9), (11) und

$$\int_0^\infty e^{-Rt} t^h dt = \frac{h!}{R^{h+1}}$$

fließt die asymptotische Entwicklung

$$F \sim \sum_{h=0}^{\infty} \frac{a_h}{R^h}.$$

Die beiden ersten Glieder ergeben

$$(12) \quad F \sim f(\cos \vartheta_0) + \frac{f'(\cos \vartheta_0) \cdot \cos \vartheta_0 - \frac{1}{2} f''(\cos \vartheta_0) \cdot \sin^2 \vartheta_0}{iR}.$$

In der unmittelbaren Nachbarschaft der Trennungsebene wird neben dem ersten, das für $\vartheta_0 = \pi/2$ verschwindet, noch dies zweite zu berücksichtigen sein. Es ist dort von der gleichen Größenordnung (nämlich $1/R$) wie das erste, wo $\cos \vartheta_0 = z/R$ klein ist wie $1/R$, wo also die Erhebung z über der Grenzfläche der 1, d. i. der Wellenlänge vergleichbar ist. Setzen wir

$$f''(0) = \frac{n^2 + 1}{\sqrt{n^2 - 1}} = C_1, \quad -\frac{1}{2} f'''(0) = \frac{n^2(n^2 + 1)}{n^2 - 1} = C_2,$$

so ist in diesem Bereich, wie (12) lehrt,

$$F \sim \frac{C_1 z - i C_2}{R}$$

(mit einem Fehler von der Größenordnung $1/R^2$). — Nirgendwo zeigt sich hier eine Andeutung dafür, daß es berechtigt wäre, den Vorgang in eine „Raum“- und eine „Oberflächen“-Welle zu trennen.

§ 3. Die Singularitäten des Integranden. Zerlegung der Störung in Haupt- und Nebenwelle.

Nun sind freilich die bisherigen Annäherungen brauchbar nur für den Fall, daß n eine mäßige Zahl ist. Wenn n groß ist, wird eine neue Untersuchung erforderlich. Mathematisch gesprochen, werden wir den Grenzübergang $\lim n = \infty$ zu vollziehen haben. Aus der Formel (5) geht hervor, daß dabei F gegen 1 konvergiert; doch ist die Konvergenz nicht gleichmäßig in dem ganzen oberen Halbraum, sondern, wenn s irgendeine positive Zahl ist, nur für $0 \leq \vartheta_0 \leq \frac{\pi}{2} - s$. Was hier zu tun übrig bleibt, illustriere ich durch das bekannte „Gibbs'sche Phänomen“ in der Theorie der Fourierschen Reihen. Entwickelt man diejenige Funktion $s(x)$, welche im Intervall von $-\pi$ bis 0 gleich -1 , im Intervall von 0 bis π gleich $+1$ ist, in eine Fouriersche Reihe, so konvergiert die n te Partialsumme $s_n(x)$ mit unbegrenzt wachsendem Index n gegen $s(x)$; jedoch nicht gleichmäßig in einem Intervall wie

$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq +\frac{\pi}{2},$$

welches die Sprungstelle $x = 0$ einschließt. Dagegen gilt hier die folgende Ungleichung

$$(13) \quad |s_n(x) - \text{Si}(nx)| \leq \frac{\text{Konst.}}{n},$$

in der Si den Integralsinus

$$\text{Si}(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^x \frac{\sin \xi}{\xi} d\xi$$

bedeutet und Konst. unabhängig ist von n und x . Sie gibt genauen Aufschluß darüber, wie sich die Partialsummen $s_n(x)$ bei großem n in der Nähe der Sprungstelle verhalten; man sieht aus ihr insbesondere, daß der jähe Übergang der Funktion $s_n(x)$ vom Niveau -1 auf das Niveau $+1$ an der Stelle $x=0$ vorbereitet und gefolgt wird von heftigen, dicht gedrängten Oszillationen. Wegen der mangelnden Gleichmäßigkeit ist die Näherungsformel $s_n(x) \sim s(x)$ unzulänglich; erst die gleichmäßig gültige, im Sinne der Ungleichung (13) zu interpretierende $s_n(x) \sim \text{Si}(nx)$ ist wirklich brauchbar. — Das Analoge ist hier zu leisten: wir wollen F (das dem $\frac{2}{\pi}$ beim Gibbsschen Phänomen entspricht) durch eine in ihrem Wertverlauf leicht überblickbare Funktion F^* (analog zu $\text{Si}(nx)$) approximieren, so daß im ganzen oberen Halbraum und für alle hinreichend großen Werte des komplexen Brechungsindex n die Ungleichung

$$|F - F^*| \leq \frac{\text{Konst.}}{|n|^3}$$

besteht. Doch müssen wir zunächst noch die Grundlage unserer Untersuchung verfestigen, indem wir die Lage der Singularitäten unseres Integranden ermitteln, um die Verwendung des Cauchyschen Integralsatzes zu legitimieren. Wir behalten dabei den uns vorzugsweise interessierenden Fall eines n^2 mit mäßigem Real-, aber großem Imaginärteil im Auge.

Zur Verwendung gelangt eine ϑ -Ebene, in der sowohl die Werte von ϑ wie von η zur Darstellung gebracht werden, neben einer γ -Ebene zur Veranschaulichung der Werte von $\gamma = \cos \vartheta$ und $\xi = \cos \eta$. Der in $f(\gamma)$ auftretende Radikand verschwindet für $\gamma = \pm \sqrt{1 - n^2}$. Wir tragen diese beiden Punkte in der γ -Ebene ein samt der Geraden g durch den Nullpunkt, welche sie miteinander verbindet. g zerlegt die Ebene in zwei Hälften, eine rechte, welcher der Punkt $\gamma = 1$ angehört, und eine linke. In der rechten Hälfte ist f nicht

rechten Hälfte der γ -Ebene liegt, woselbst die Funktion $f(\gamma)$ regulär ist. In der Tat durchläuft γ nach (8) bei gegebenem η und ϑ_0 diejenige geradlinige Strecke S_γ , welche die beiden Punkte $\cos(\eta - \vartheta_0)$ und $\cos(\eta + \vartheta_0)$ miteinander verbindet. Unter den angegebenen Bedingungen liegen aber $\eta - \vartheta_0$ und $\eta + \vartheta_0$ im Parallelstreifen \mathfrak{G} , ihre Cosinusse daher innerhalb der rechten Hälfte der γ -Ebene, also auch ihre Verbindungsstrecke S_γ .

Um jetzt die Gleichung (7) sicherzustellen, verfahren wir so. Zunächst ersetzen wir den Integrationsweg, welchen ϑ in (5) durchlaufen sollte (Fig. 1), durch L ; das ist statthaft, sofern ϑ_0 kleiner ist als der Winkel, den die Gerade g in der γ -Ebene mit der positiv-imaginären Halbachse einschließt. Dies setzen wir zunächst von P voraus. Nun vollziehen wir den Übergang von der vertikalen zur Polachse OP kontinuierlich (in ihrer gemeinsamen Ebene), wobei der Neigungswinkel λ der Polachse gegen die Vertikale die Werte von 0 bis ϑ_0 durchlaufen wird. Das drückt sich durch die Formeln aus:

$$(14) \quad \begin{cases} \alpha = \cos \lambda \cdot \alpha' - \sin \lambda \cdot \gamma', & \beta = \beta'; \quad (0 \leq \lambda \leq \vartheta_0), \\ \gamma = \sin \lambda \cdot \alpha' + \cos \lambda \cdot \gamma', \\ \alpha' = \sin \eta \cdot \cos \psi, & \beta' = \sin \eta \cdot \sin \psi, \quad \gamma' = \cos \eta. \end{cases}$$

Ich setze einen Augenblick

$$\frac{1}{2\pi} e^{-i(\alpha r + \gamma s)} \cdot \frac{f(\gamma)}{\gamma} = \Phi,$$

und bilde

$$J = J(\lambda) = \int \Phi d\alpha d\beta = \int \Phi \frac{\partial(\alpha, \beta)}{\partial(\eta, \psi)} d\eta d\psi,$$

indem bei festem λ über denjenigen Bereich integriert wird, der entsteht, wenn ψ die Werte von 0 bis 2π , η den Weg L durchläuft. Dieses Integral stimmt für $\lambda = 0$ mit (5), für $\lambda = \vartheta_0$ mit (7) überein. Wir zeigen in bekannter Weise, daß die Ableitung jenes Integrals nach λ verschwindet (Beweis des Cauchy'schen Integralsatzes durch stetige Variation des Weges). Die damit erwiesene Übereinstimmung von (5) und (7) ist, da diese beiden Integrale regulär-analytische Funktionen von xyz im ganzen oberen Halbraum sind, nicht auf die Punkte P des bisher betrachteten Kegelraumes beschränkt.

Für Φ als Funktion von $\alpha\beta\gamma$ gilt, da die Argumente beständig die Relation

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$$

erfüllen und somit

$$\alpha d\alpha + \beta d\beta + \gamma d\gamma = 0$$

ist:

$$(15) \quad d\Phi = \Phi'_\alpha d\alpha + \Phi'_\beta d\beta,$$

wo

$$\Phi'_\alpha = \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} - \frac{\alpha}{\gamma} \frac{\partial \Phi}{\partial \gamma}, \quad \Phi'_\beta = -\frac{\beta}{\gamma} \frac{\partial \Phi}{\partial \gamma}.$$

Man beachte, daß in dem ganzen nach (14) in Betracht kommenden Gebiet der Einheitskugel Φ regulär (insbesondere auch $\gamma \geq 0$) ist. Bezeichnet δ die Differentiation nach λ , so kommt wegen $\delta\beta = 0$:

$$\delta J = \int \Phi'_\alpha \delta\alpha \cdot \frac{\partial(\alpha, \beta)}{\partial(\eta, \psi)} d\eta d\psi + \int \Phi \frac{\partial(\delta\alpha, \beta)}{\partial(\eta, \psi)} d\eta d\psi.$$

Der zweite Teil geht durch partielle Integration über in

$$-\int_0^{2\pi} \Phi \frac{\partial \beta}{\partial \psi} \delta\alpha \Big|_{\eta=0} d\psi - \int \delta\alpha \left\{ \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\Phi \frac{\partial \beta}{\partial \psi} \right) - \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\Phi \frac{\partial \beta}{\partial \eta} \right) \right\} d\eta d\psi.$$

Hier ist der erste Summand $= 0$, weil $\partial\beta/\partial\psi$ für $\eta=0$ verschwindet; im Integranden des zweiten ist der in geschweifte Klammern gesetzte Faktor

$$= \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \frac{\partial \beta}{\partial \psi} - \frac{\partial \Phi}{\partial \psi} \frac{\partial \beta}{\partial \eta},$$

und daher auf Grund von (15):

$$= \Phi'_\alpha \frac{\partial(\alpha, \beta)}{\partial(\eta, \psi)}.$$

Also wird, wie behauptet, $\delta J = 0$.

Nachdem dies nachgeholt ist, fahren wir in unserer Untersuchung fort. Wir spalten die ungestörte Welle ab, schreiben also

$$F = 1 - F_1, \quad F_1 = \frac{R}{i} \int e^{iR(1-\xi)} f_1 d\xi.$$

Den Mittelwert

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \int f_1 d\psi \quad \text{von} \quad f_1 = f - 1$$

bestimmen wir aber jetzt in anderer Weise als vorhin. Wir

führen (bei festem η) γ an Stelle von ψ als Integrationsvariable ein; dann ist nach (8)

$$d\gamma = -\sin \vartheta_0 \sin \eta \sin \psi d\psi,$$

$$d\psi = \frac{d\gamma}{i\sqrt{(\gamma - \cos \vartheta_0 \cos \eta)^2 - (\sin \vartheta_0 \sin \eta)^2}}.$$

Der Radikand $W(\gamma, \xi)$ ist eine symmetrische Funktion von γ und $\xi = \cos \eta$. Die Wurzel selber ist eindeutig in der γ -Ebene, wenn man diese in der oben eingeführten geradlinigen Strecke S_η aufschneidet; sie werde mit solchem Vorzeichen genommen, daß sie im Unendlichen $= \gamma$ ist. Dann gilt also

$$(16) \quad f_1 = \frac{1}{2\pi i} \int \frac{f_1 d\gamma}{\sqrt{W(\gamma, \xi)}};$$

dabei muß die Integration im positiven Sinn um den Schnitt S_η herum erstreckt werden.

Wir zeichnen in der γ -Ebene ferner (Fig. 2) die Ellipse E mit den Brennpunkten ± 1 , welche durch die Windungspunkte $\pm \sqrt{1 - n^2}$ von f hindurchgeht. Sie wird durch die Windungspunkte in zwei Halbellipsen zerlegt, von denen wir die linke mit E' bezeichnen. In der längs E' aufgeschnittenen γ -Ebene ist f eindeutig und besitzt einen einzigen Pol 1. Ordnung bei $\gamma = a$ mit dem Residuum $n^2 a / n^2 - 1$. Nach dem Cauchyschen Integralsatz kann das Integral (16) um S_η herum ersetzt werden durch die negative Summe zweier Integrale, deren eines sich um den Pol a , deren anderes sich um den Schnitt E' herum im positiven Sinne erstreckt. Dies ist zutreffend, weil das Integral längs eines unendlich großen Kreises um den Nullpunkt der γ -Ebene Null ergibt (denn der Integrand verschwindet im Unendlichen wie $1/\gamma^3$). Das erste ist gleich dem Residuum des Integranden im Pol, also

$$= \frac{n^2 a}{n^2 - 1} \cdot \frac{1}{\sqrt{W(\xi, a)}};$$

das andere wird, wenn man das Integral am inneren Ufer von E' entlang mit dem Integral längs des äußeren Ufers vereinigt,

$$= f_1^* = \frac{1}{\pi i} \int_{E'} \frac{f_1 d\gamma}{\sqrt{W(\xi, \gamma)}}.$$

Hier fasse man nun E' nicht mehr als Schnitt auf, sondern

die beiden vorkommenden Wurzeln

$$\sqrt{\gamma^2 + (n^2 - 1)} \quad \text{und} \quad \sqrt{W}$$

als eindeutige Funktionen von γ in der ganzen linken Hälfte der γ -Ebene (mit solchen Vorzeichen, daß sie im Unendlichen $= \gamma$ werden). Längs E' wird in dem aus der Figur ersichtlichen Pfeilsinn integriert. Entsprechend der Zerfällung von f_1 in zwei Summanden zerlegt sich auch F_1 in zwei Teile $F^* + F_1^*$. Setzt man

$$(17) \quad \Omega(\gamma) = \int_i \frac{e^{\epsilon_R(1-\xi)}}{\sqrt{W(\xi\gamma)}} d\xi,$$

so ist

$$(18) \quad F^* = \frac{i R n^2 a}{n^2 - 1} \cdot \Omega(a),$$

$$(19) \quad F_1^* = \frac{R}{\pi} \int_{E'} \Omega(\gamma) f_1(\gamma) d\gamma.$$

Bei festem $\gamma = \cos \vartheta$ erfüllen die beiden Nullstellen des Polynoms 2. Grades $W(\xi\gamma)$ in ξ , falls ϑ_0 das Intervall von 0 bis $\pi/2$ durchläuft, eine Halbellipse E , mit den Brennpunkten ± 1 , das durch die Funktion \cos entworfene Bild der gradlinigen Verbindungsstrecke der beiden Punkte $\vartheta - \pi/2$ und $\vartheta + \pi/2$ in der ϑ -Ebene. Solange γ in der linken Hälfte der γ -Ebene liegt (links von g), trifft l den Ellipsenbogen E , nicht. W bleibt also, während ξ den Weg l durchläuft, von 0 verschieden, und es ist in (17) derjenige mit ξ stetig variierende Wurzelwert zu nehmen, der für unendlich großes ξ in $-\xi$ übergeht; denn wenn $\vartheta_0 = 0$ ist, wird $\sqrt{W} = \gamma - \xi$. — F^* nennen wir den *Hauptteil der Störung*, F_1^* die *Nebenwelle*; diese Zerlegung ist für die Diskussion des Vorgangs bei großen Werten des Brechungsindex n die natürliche.

§ 4. Diskussion im Falle eines großen Brechungsindex.

Es ergibt sich nämlich leicht, daß F_1^* einer Ungleichung

$$(20) \quad |F_1^*| \leq \frac{\text{Konst.}}{|n|^3}$$

genügt, wo Konst. nicht nur von n , sondern auch vom Orte (P) unabhängig ist. Setzen wir in üblicher Weise

$$n = n_0(1 - i\kappa), \quad (n_0, \kappa \text{ positiv reell}),$$

so gilt dies wenigstens, solange der Absorptionskoeffizient κ (der stets < 1 ist) oberhalb einer festen positiven Grenze liegt. Praktisch wichtig ist vor allem der Fall, wo κ nahezu $= 1$ ist.

Zunächst ist $\Omega(\gamma)$ abzuschätzen. Mit γ liegen auch alle Punkte von E_γ auf E , und zwar erfüllen die zu den verschiedenen γ auf E' gehörigen E_γ die ganze Ellipse E mit Ausnahme des einen Punktes n ; dies ist das Tor, durch welches der Weg l hindurchführt. Da n auf E liegt, ist der kürzeste Abstand des Brennpunktes 1 von E

$$p = \frac{|1+n| + |1-n|}{2} - 1.$$

In (17) kann l durch einen (von γ abhängigen) Weg l' ersetzt werden, der den Punkt 1 der ξ -Ebene ohne Überschreitung von E_γ mit dem Unendlichen der unteren Halbebene

$$[\Re(i\xi) > 0]$$

verbindet. Wir suchen ihn so einzurichten, daß sich aus dem Prinzip „absoluter Betrag des Integrals \leq Integral des absoluten Betrages“ eine möglichst gute Abschätzung von Ω ergibt. Wir müssen also dafür sorgen, daß l' dem Bogen E_γ möglichst fern bleibt, andererseits aber der negative Imaginärteil der Richtungszahl $\frac{d\xi}{|d\xi|}$ längs l' möglichst groß. Beiden sich widereinander richtenden Forderungen genügen wir durch die folgende einfache Wahl in einer Weise, die dem Optimum leidlich nahe kommt: Die geradlinigen Strahlen, welche 1 mit Punkten von E_γ verbinden, lassen in der unteren Halbebene einen Winkelraum frei, dessen einer Schenkel die positive oder negative reelle Halbachse ist; wir wählen für l' den mittleren Strahl dieses Winkelraums. Ist μ sein Öffnungswinkel und bezeichnet x einen Augenblick den Imaginärteil von $1 - \xi$, so gilt

$$\int_V |e^{iR(1-\xi)} d\xi| = \frac{1}{\sin \frac{\mu}{2}} \int_0^\infty e^{-Rx} dx = \frac{1}{R \sin \frac{\mu}{2}}.$$

Der absolute Betrag von W ist das Produkt der Abstände des Punktes ξ von zwei Punkten auf E_γ . Da der kürzeste Abstand zwischen E_γ und l' aber offenbar $\geq p \sin \frac{\mu}{2}$ ist, bekommen wir

$$|\Omega(\gamma)| \leq \frac{1}{R p \sin^2 \frac{\mu}{2}}.$$

Variiert γ auf E' , so nimmt μ seinen kleinsten Wert an, wenn γ mit dem in Fig. 3 als $-\sqrt{1-n^2}$ bezeichneten Endpunkt von E' zusammenfällt; $-\mu$ ist dann gleich dem zwischen $-\frac{\pi}{2}$ und 0 gelegenen Azimut von $n-1$, $\operatorname{tg} \mu > \kappa$. Unter der Voraussetzung, daß κ oberhalb einer festen positiven Grenze liegt, bleibt also auch $\sin^2 \frac{\mu}{2}$ auf ganz E' oberhalb einer solchen Grenze, und aus (19), dem Umstande, daß auf E'

$$|f_1| \leq \frac{\text{Konst.}}{|n|^2}$$

ist und E' eine Länge von der Größenordnung p oder $|n|$ besitzt, erhält man jetzt die gewünschte Abschätzung (20). Eine einigermaßen sorgfältige Durchführung derselben läßt erkennen, daß in ihr als Konst. die Zahl $4/\pi\kappa$ zur Verwendung kommen darf. So zeigt sich, daß für große n die Nebenwelle vollständig zu vernachlässigen und der Hauptteil der Störung, F^* , allein zu berücksichtigen ist.

Da die Halbellipse E_a ganz dem Gebiet $\Re \xi < 1$ der ξ -Ebene angehört, kann in $\Omega(a)$ an Stelle des Integrationsweges l die von 1 ausgehende Parallele zur negativ-imaginären Achse treten. α ist eine kleine Zahl; unter α verstehe ich denjenigen in der Nähe von $\alpha = 0$ gelegenen Winkel, für welchen $a = \sin \alpha$ ist. Es gilt

$$\begin{aligned} W(\xi a) &= (\xi - \sin \alpha \cos \vartheta_0)^2 - (\cos \alpha \sin \vartheta_0)^2 \\ &= \frac{(R\xi - \kappa \sin \alpha - r \cos \alpha)(R\xi - \kappa \sin \alpha + r \cos \alpha)}{R^2} \\ &= -\frac{\tau(\tau + 2ir \cos \alpha)}{R^2}, \end{aligned}$$

wenn

$$\tau = i(R\xi - \kappa \sin \alpha - r \cos \alpha)$$

gesetzt ist. Der Wert dieses Ausdrucks für $\xi = 1$ werde mit w bezeichnet:

$$w = i(R - r \cos \alpha - \kappa \sin \alpha).$$

In

$$\sqrt{W} = \frac{i}{R} \sqrt{\tau(\tau + 2ir \cos \alpha)}$$

ist die Wurzel so zu nehmen, daß sie im Unendlichen $= \tau$ wird. Wir bekommen also

$$(21) \quad F^* = \frac{R n^2 a}{i(n^2 - 1)} \cdot \int_w^{w+\infty} \frac{e^{w-\tau} d\tau}{\sqrt{\tau(\tau + 2ir \cos \alpha)}};$$

der Integrationsweg verläuft parallel der positiven reellen Achse. Die zu Beginn des § 3 gestellte Aufgabe ist damit gelöst.

Die zum Gibbsschen Phänomen analoge Erscheinung tritt dort auf, wo r groß ist von der gleichen Ordnung wie n^2 , z aber von der gleichen oder kleineren Größenordnung wie n . Wir lassen also den Brechungsindex n so über alle Grenzen wachsen, daß dabei seine Richtungszahl $n/|n|$ gegen einen bestimmten Wert $1/\epsilon$ strebt; $\epsilon = e^{i\delta}$, $0 < \delta \leq \frac{\pi}{4}$. Gleichzeitig sollen r und z so variieren, daß $r/|n|^2$ und $z/|n|$ gegen endliche Grenzwerte $r_1 > 0$ und z_1 gehen. Dann ist

$$R = \sqrt{r^2 + z^2} \sim r + \frac{1}{2} \frac{z^2}{r},$$

$$\begin{aligned} w \sim i \left[r(1 - \cos \alpha) - z \sin \alpha + \frac{1}{2} \frac{z^2}{r} \right] &\sim \frac{i}{2} \left[\frac{r}{n^2} + \frac{2z}{n} + \frac{z^2}{r} \right] \\ &= \frac{i}{2r} \left(\frac{r}{n} + z \right)^2. \end{aligned}$$

w konvergiert also gegen

$$(22) \quad w = \frac{i}{2r_1} (r_1 \epsilon + z_1)^2.$$

Im Nenner des Integrals (21) ist τ neben $2ir \cos \alpha$ zu vernachlässigen; und es ergibt sich im Limes

$$(23) \quad \boxed{F_1 = \frac{r_1 \epsilon}{r_1 \epsilon + z_1} \cdot \text{Er}(w)},$$

wo

$$(24) \quad \text{Er}(w) = \sqrt{w} \cdot e^w \int_w^{w+\infty} \frac{e^{-\tau} d\tau}{\sqrt{\tau}}$$

gesetzt und w aus (22) zu entnehmen ist. w liegt im zweiten Quadranten der komplexen Ebene, sein Azimut ω liegt zwischen

$$\frac{\pi}{2} \text{ und } \frac{\pi}{2} + 2\delta,$$

das Azimut $\omega/2$ von \sqrt{w} zwischen

$$\frac{\pi}{4} \text{ und } \frac{\pi}{4} + \delta.$$

Die Funktion Er hängt für reelle positive Argumentwerte eng mit dem Fehlerintegral, für rein imaginäre mit den Fresnel'schen Integralen zusammen. Es gilt die Potenzentwicklung

$$\text{Er}(w) = \sqrt{\pi w} \cdot e^w - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2w)^n}{1 \cdot 3 \cdots (2n-1)};$$

denn in

$$\text{Er}(w) = \sqrt{\pi w} \cdot e^w - \sqrt{w} \int_0^w \frac{e^{w-\tau} d\tau}{\sqrt{\tau}}$$

ist der Subtrahend, wenn $\sqrt{\tau/w} = x$ als Integrationsvariable eingeführt wird,

$$= 2w \int_0^1 e^{w(1-x^2)} dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{w^{n+1}}{n!} \int_{-1}^{+1} (1-x^2)^n dx.$$

Nimmt man jedoch in (24) $\tau - w$ als Integrationsvariable x , so ergibt sich

$$\text{Er}(w) = \int_0^{\infty} \frac{e^{-x} dx}{\sqrt{1 + \frac{x}{w}}},$$

und daraus gewinnt man durch Entwicklung von

$$\left(1 + \frac{x}{w}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

nach Potenzen von x die asymptotische Darstellung

$$\text{Er}(w) \sim \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdots (2n-1)}{(-2w)^n},$$

insbesondere als erste Annäherung $\text{Er}(w) \sim 1$. Sie ist gültig, solange das Azimut $\omega/2$ von \sqrt{w} zwischen Grenzen liegt, die sich innerhalb des durch $-\frac{3\pi}{2} < \omega < \frac{3\pi}{2}$ beschriebenen Bereichs befinden. Um zu beurteilen, in welchem Gebiet der $r_1 z_1$ -Ebene w groß ist, zeichnen wir die Kurven $|w| = \text{const}$. Benutzen wir ein schiefwinkliges Koordinatensystem mit dem Öffnungswinkel δ und gleichen Maßeinheiten auf den Achsen

(Fig. 4), so erscheinen diese Kurven als Kreise, welche die z_1 -Achse im Nullpunkt berühren.

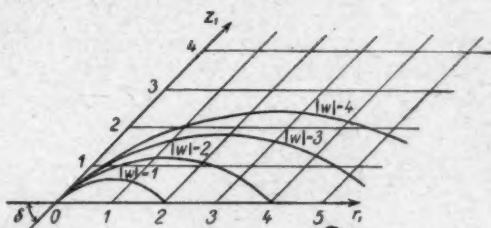


Fig. 4.

Die anschauliche Diskussion des durch die Formeln (22), (23), (24) in einfacher und vollständiger Weise beschriebenen Phänomens bereitet jetzt keine Schwierigkeiten mehr. F_1 bewirkt eine Abbildung des positiven Quadranten der $r_1 z_1$ -Ebene auf eine komplexe F_1 -Ebene. Beschreibt man in jener die Berandung des positiven Quadranten, nämlich 1. die r_1 -Achse

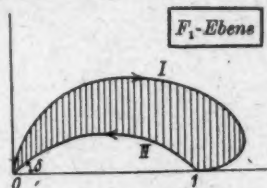


Fig. 5.

von 0 bis $+\infty$, 2. einen Viertelkreis um den Nullpunkt von unendlich großem Radius im positiven Sinne, und 3. die z_1 -Achse vom Unendlichen zurück zum Nullpunkt, so durchläuft F_1 in der F_1 -Ebene 1. den oberen, in Fig. 5 mit I bezeichneten Bogen, 2. den Kreisbogen II:

$$F_1 = \frac{1}{1 + \frac{z_1}{r_1^2}},$$

und 3. ist längs der ganzen z_1 -Achse $F_1 = 0$. Alle Werte von F_1 liegen in dem von I und II begrenzten schraffierten Bereich. Die Figur entspricht dem Falle $\delta = \frac{\pi}{4}$.

In der Gleichung $F = 1 - F_1$ wird man den ersten Summanden 1 als Raumwelle, den zweiten $-F_1$ aber als Oberflächenwelle bezeichnen dürfen; denn F_1 konvergiert ja mit wachsendem n gleichmäßig gegen 0 in jedem Kreiskegel um die positive z -Achse, dessen Öffnungswinkel $< \pi$ ist. Diese Zerlegung ist mit der Sommerfeldschen, deren sachliche Berechtigung ich bezweifle, nicht identisch. Im übrigen vergleiche man unsere Formel (23) für F_1 mit Gl. (47), (55) a. a. O.

In einer Züricher Dissertation wird die im vorstehenden geschilderte Methode auch auf das optische Problem der Reflexion und Brechung einer Kugelwelle angewendet werden; die dabei gewonnenen Resultate sind von einer gewissen Bedeutung für das Verständnis der viel diskutierten totalen Reflexion.

(Eingegangen 8. August 1919.)

